

Artigo

O ESTUDO DE GEOMETRIA A PARTIR DE SOFTWARE GEOGEBRA: TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM

THE STUDY OF GEOMETRY USING GEOGEBRA SOFTWARE: HYPOTHETICAL LEARNING PATHWAY

EL ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA UTILIZANDO EL SOFTWARE GEOGEBRA: VÍA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE

*Sonner Arfux de Figueiredo**

*Maria Eduarda Evaristo da Silva***

Resumo

O presente trabalho se insere em um projeto de extensão que tem como objetivo fornecer subsídios e ferramentas para que o professor da rede de educação possa planejar e desenvolver suas aulas investigativas com o uso das tecnologias no ensino dos conceitos de Geometria envolvendo a transformação geométrica “Rotação, Translação e Homotetia”, de forma a propiciar aos participantes cursistas uma experiência de investigação matemática que possa subsidiar uma análise coletiva das potencialidades do uso *software* GeoGebra. O surgimento de dinâmicas matemáticas tem contribuído para a criação de ambientes educacionais que permitem ao participante desenvolver habilidades criativas (compreensão, exploração/ descoberta, justificação/validação). A atividade de extensão da pesquisa se fundamentou na aprendizagem por meio de Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), de Simon *et al.* (2004). A metodologia foi pesquisa-ação; a ação de extensão foi desenvolvida no laboratório de informática da UEMS Nova Andradina em projetos de exten-

são desde o ano de 2008 até a presente data; a coleta de dados foi feita por questionário, coleta dos materiais produzidos nos encontros e observação dos participantes, com análise interpretativa. Os resultados indicaram que as interações dinâmicas com o sistema tecnológico na THA favoreceram a generalização necessária que proporcionou importantes possibilidades para a aprendizagem conceitual de Matemática na construção de conceitos ligados à Geometria, e evidenciaram o relacionamento entre a prática do formador e o aprendizado na formação em um entorno tecnológico.

Palavras-chave: estudo de geometria; processo de generalização; tecnologia educacional.

Abstract

This work is part of an extension project that aims to provide subsidies and tools so that the Education Network teacher can plan and develop in their investigative classes with the use of technologies in the teaching of Geometry concepts involving geometric transformation “Rotation, Translation and Homothety” in order to provide course participants with an experience of mathematical investigation that can support a collective analysis of the potential of using GeoGebra Software. The emergence of mathematical dynamics has contributed to the creation of educational environments that allow the participant to develop creative skills (understanding, exploration / discovery, justification / validation). The research extension activity was based on learning through the Hypothetical Learning Path (THA), of Simon *et al.* (2004). The methodology was action research; the extension action was developed in the IT laboratory of UEMS-Nova Andradina in extension projects from the year 2008 to the present date, data collection made by questionnaire, collection of materials produced in the meetings and observation of the participants, with analysis interpretive. The results indicated that the dynamic interactions with the technological system in the THA favored the necessary generalization that provided important possibilities for the conceptual learning of Mathematics in the construction of concepts related to Geometry and evidenced the relationship between the trainer’s practice and the learning in the formation in a technological environment.

Keywords: study of geometry; generalization process; educational technology.

Resumen

Este trabajo forma parte de un proyecto de extensión que tiene como objetivo brindar subsidios y herramientas para que el docente de la Red Educa-

tiva pueda planificar y desarrollar en sus clases investigativas con el uso de tecnologías en la enseñanza de conceptos de Geometría que involucren la transformación geométrica “Rotación, Traslación y Homotecia” con el fin de brindar a los participantes del curso una experiencia de investigación matemática que pueda respaldar un análisis colectivo del potencial del uso del software GeoGebra. El surgimiento de las dinámicas matemáticas ha contribuido a la creación de ambientes educativos que permiten al participante desarrollar habilidades creativas (comprensión, exploración/descubrimiento, justificación/validación). La actividad de extensión de la investigación se basó en el aprendizaje a través del Camino Hipotético de Aprendizaje (THA), de Simon *et al.* (2004). La metodología fue investigación acción; la acción de extensión se desarrolló en el laboratorio de TI de la UEMS-Nova Andradina en proyectos de extensión desde el año 2008 hasta la fecha actual, recolección de datos realizada por cuestionario, recolección de materiales producidos en las reuniones y observación de los participantes, con análisis interpretativo. Los resultados indicaron que las interacciones dinámicas con el sistema tecnológico en el THA favorecieron la generalización necesaria que brindó importantes posibilidades para el aprendizaje conceptual de las Matemáticas en la construcción de conceptos relacionados con la Geometría y evidenciaron la relación entre la práctica del formador y el aprendizaje en la formación. en un entorno tecnológico.

Palabras clave: estudio de la geometría; proceso de generalización; tecnología educacional.

INTRODUÇÃO

A necessidade de compreender a relação entre os diferentes componentes do conhecimento para o ensino que os professores em formação continuada devem ter para construir ações educativas e resolver situações problemáticas da sala de aula revela que a ideia de competência docente pode ser entendida como ser capaz de usar o conhecimento de forma relevante para o desenvolvimento de tarefas profissionais relacionadas ao ensino de Matemática. O curso de extensão proposto originou-se durante uma capacitação de professores da rede de educação que sinalizaram a deficiência de utilização de recursos tecnológicos em suas aulas.

O GeoGebra é um *software* matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo, desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, para educação matemática nas escolas, que permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, como

com funções que podem se modificar de forma dinâmica posteriormente. Por outro lado, equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente por meio das interações no GeoGebra. Assim, o *software* tem a capacidade de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos de uma função.

Nessa perspectiva, é necessário que o professor saiba utilizar pedagogicamente os recursos tecnológicos, compreendendo o seu potencial como mais uma forma de representação do conhecimento a ser explorado pelo aluno. Sob esse enfoque de se fazer uso integrado das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) ao currículo, as pesquisas de Almeida e Valente (2011), Lobo da Costa e Prado (2015) apontam que os recursos tecnológicos potencializam tanto uma nova estrutura comunicacional como imprimem uma nova maneira de se relacionar, se comunicar e aprender.

Por essa razão, as TDIC demandam conhecimentos diversos que são necessários para que o professor de Matemática possa “raciocinar com”, “criar com” e “ensinar com” tecnologia, ou seja, não apenas inserindo-as na sala de aula, mas integrando-as e explorando adequadamente o que elas potencializam para o ensino e a aprendizagem em Matemática.

Para a construção e consolidação dos conceitos geométricos de ensino, foi organizado o curso considerando uma THA com tarefas matemáticas envolvendo elementos algébricos das representações analíticas dos conjuntos estruturais e recursos tecnológicos. Considerando que, na formação continuada, revisitamos os conceitos abordados no curso de extensão, as tarefas dos módulos se articularam a partir dos seguintes pontos:

- O estudo das transformações geométricas - rotação (tarefa I);
- Estudo da simetria axial (tarefa II);
- Estudo da transformação geométrica pela translação (tarefa III).

Diante das tarefas matemáticas no curso, a proposta deste projeto foi promover o engajamento dos professores em um processo de compreensão do uso de tecnologias digitais em suas aulas de Matemática, assim entendido como uma trajetória que envolve adquirir fluência nas tecnologias empregadas (nesse caso, o *software* GeoGebra). Lobo da Costa e Prado (2015) apontam que os recursos tecnológicos potencializam tanto uma nova estrutura comunicacional como imprimem uma nova maneira de as pessoas se relacionarem, se comunicarem e aprenderem. Neste artigo, as análises repousam sobre as tarefas realizadas nos módulos.

TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM – THA (HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY)

O mecanismo sobre a atividade-efeito é uma reflexão sobre a trajetória hipotética de aprendizagem proposta por Simon *et al.* (2004), elaborada a partir das ideias de Piaget (1997) sobre abstração reflexiva. Para Piaget (1985, p. 315), a abstração reflexiva é uma característica do mecanismo de equilíbrio e é “construtiva, e não meramente indutiva ou extensional”. A equilíbrio é o processo pelo qual os alunos constroem novas concepções via assimilação e acomodação das concepções anteriores.

Esse mecanismo identifica as fases de elaboração de um novo conceito: a participação no processo no qual o aluno abstrai uma regularidade na relação entre a atividade realizada e o efeito produzido, enquanto, antecipadamente, se refere ao uso da regularidade abstraída em situações distintas da que levou a cabo a abstração. Assim, a base teórica de Simon *et al.* (2004) foi construída a partir de dois conceitos-chave da teoria piagetiana, quais sejam, o de equilíbrio (assimilação e acomodação) e o de abstração reflexiva.

Para alcançar seu objetivo, o estudante realiza uma determinada tarefa (atividade dirigida por um objetivo), com a possibilidade de prestar atenção nos efeitos da atividade realizada (efeito das atividades), e, nesse processo de observação dos efeitos na atividade, o estudante cria registros mentais (registro da relação atividade-efeitos). Dessa forma, para entender o desenvolvimento das estruturas mentais por parte dos estudantes, ou seja, estabelecer explicitamente as relações entre as características da THA de estudantes e características de sequências de ensino (identificar os objetivos de aprendizagem, definir fluxos de trabalho e contribuir para uma avaliação detalhada dos entendimentos de matemática do estudante), Simon e Tzur (2004) identificaram três tipos de tarefas com potencial para auxiliar os alunos na construção de um novo conceito para a compreensão, na perspectiva da reflexão sobre a relação atividade-efeito.

- **Tarefas iniciais:** podem ser realizadas por estudantes que usam seu conhecimento prévio; nelas, o papel do licenciando é de participação;
- **Tarefas de reflexão:** o objetivo é que os alunos reflitam sobre esse relacionamento para gerar abstração de regularidades na relação atividade-efeito;
- **Tarefas de antecipação:** para realizá-las, é necessário que se tenha produzido a abstração e a regularidade na relação atividade-efeito.

As *tarefas iniciais* são usadas para a criação e o reconhecimento de certas experiências; as *tarefas reflexivas* servem para direcionar a atenção dos alunos para a relação atividade-efeito; e as *tarefas de antecipação* têm o intuito de levar os estudantes a identificar e analisar regularidades.

As tarefas matemáticas realizadas foram articuladas em duas etapas na aprendizagem de uma nova concepção, a *participativa e antecipatória*. Essa distinção é a distinção do mecanismo de reflexão atividade-efeito de Simon *et al.* (2004). Verificamos como, nessas três atividades, o professor levou a cabo uma regularidade na relação atividade-efeitos (Simon *et al.*, 2004), de forma que, nas duas tarefas iniciais, o licenciando reconhece uma determinada situação, realiza uma ação específica associada a tal situação e produz um determinado resultado; nessas ações, evidenciamos que o educando se encontra na fase participativa, e, na resolução das tarefas na atividade seguinte, se encontraram na fase antecipatória, pois situaram-no a obter informações a partir do conjunto de registros contidos para desenvolver as ações nas tarefas anteriores.

TRAJETÓRIA DOS SUJEITOS NA RESOLUÇÃO DAS TAREFAS

O processo de formação continuada dos professores da rede de educação pública ocorreu em um projeto de extensão universitária, ao longo de dois anos. O que trazemos para este artigo é o módulo em que trabalhamos as transformações geométricas, cuja duração foi de seis meses com encontros semanais em todas as quintas-feiras, na hora-atividade do professor, com carga horária de 2,5 horas, totalizando 68 horas o módulo.

As tarefas matemáticas elaboradas no curso de extensão foram baseadas na THA. A base teórica de Simon *et al.* (2004) foi construída a partir de dois conceitos-chave da teoria piagetiana, quais sejam, o de equilíbrio (assimilação e acomodação) e o de abstração reflexiva. Nesse aspecto, a trajetória se refere aos caminhos que os professores devem seguir para a construção dos conhecimentos pretendidos nas tarefas. Para os autores, o termo “hipotético” compreende duas perspectivas: a que entende que o professor (formador) tem acesso apenas às hipóteses dos conhecimentos dos alunos, isto é, não consegue acessar diretamente o conhecimento dos aprendizes, e a outra perspectiva, para fazer referência ao prognóstico, à expectativa do professor, a respeito de como a aprendizagem será processada pelos alunos.

Na primeira tarefa, o estudo das transformações (rotação) foi feito de uma maneira diferente da usual. Num curso tradicional, as transformações são inicialmente definidas para, em seguida, deduzir suas propriedades.

Tomando como exemplo a rotação, nossa proposta foi de apresentar essa transformação como uma caixa-preta, sugerindo a utilização da ferramenta “Rotação” do GeoGebra, de forma que o *software* não dê nenhuma indicação de como essa transformação opera.

Analisando seus efeitos a partir da movimentação dos elementos de base (no caso, centro, ângulo e figura inicial) e explorando algumas situações, nossa intenção foi de o professor vir abrindo essa caixa-preta e desvelando as características da transformação, de forma a caminhar na direção de formular uma definição matemática para esse objeto, descrever uma possível construção (procedimento geométrico que a represente) e algumas de suas propriedades. Trata-se, portanto, de uma abordagem experimental possível nesse tipo de ambiente, pois é baseada na utilização de uma ferramenta com a qual se procura observar propriedades invariantes que caracterizam a transformação (no sentido do que é ou não conservado quando de sua aplicação).

Em seguida, foi apresentada a transformação “simetria axial” (reflexão em relação a uma reta ou simetria ortogonal) dentro do mesmo espírito da rotação – tarefa II. No curso, o professor em formação continuada opera sobre figuras ou pontos de forma a descobrir as características dessa transformação, uma possível construção com régua e compasso e algumas propriedades a partir da movimentação de seus elementos de base e da exploração de diversas configurações.

Ao abordar a tarefa III, consideraremos a noção de vetor¹ como conhecida. A transformação “translação” foi, como nas sequências anteriores, considerada inicialmente como uma caixa preta. O conjunto das atividades propostas terá como objetivo explicitar a noção de translação, seus invariantes (conservação das distâncias, dos ângulos e das direções) e utilizá-la como ferramenta para resolver problemas geométricos. Salientamos que quando mencionamos “caixa preta”, consideramos uma revisitação dos conceitos matemáticos por parte do professor; a diferença é que, nesse momento, ele explora tais conceitos e os valida em um entorno tecnológico.

Visando potencializar o caráter dinâmico do ambiente, é interessante que, nas atividades propostas nas quais se pede a imagem de uma figura por uma translação, a extremidade do vetor seja deslocada para observar os efeitos ou consequências dessa variação sobre a figura representando a imagem da transformação. É interessante, também, observar que a movi-

¹ Consideramos no curso que a representação matemática é feita por meio de uma seta, com o objetivo de indicar à medida que ele representa. Todo vetor é composto por módulo, direção e sentido.

mentação do representante do vetor (não da extremidade) não modifica a imagem, pois, nesse caso, o vetor não é alterado.

Em relação ao *software* GeoGebra, os professores que participavam como sujeitos do curso, uns já tinham utilizado de maneira superficial, e outros jamais haviam tido qualquer experiência anterior. O que se observou, em relação à maioria dos sujeitos, é que a fluência em outros programas destinados ao trabalho didático com matemática – entre os quais o próprio GeoGebra, utilizado nessa iniciativa – facilitou as primeiras etapas relativas à fluência digital demandada, menos pela similitude entre as ferramentas em questão e mais pela percepção, por parte dos usuários, da necessidade de assimilar a lógica subjacente à interface empregada, ainda que cada uma delas sustente sua própria necessidade de apreensão.

A seguir, descreveremos, a partir de um recorte das atividades realizadas durante o curso de extensão. Nelas, poderemos observar que o professor utiliza as ferramentas de simetria e reflexão em relação a uma reta. Na mesma atividade, podemos destacar um vetor, no qual o professor na formação pode perceber a translação de uma figura, também utilizando um vetor.

Cabe ressaltar que o princípio da simetria contribui para a compreensão de que as vivências do professor, como aluno em sua formação docente, tanto inicial quanto continuada, são constitutivas do papel que exercerá na sua prática docente futura. Assim, o professor em formação não deve ser capaz de apenas reproduzir, mas também ter autonomia para inovar sua prática com base em suas vivências, pesquisas e necessidades.

As tarefas iniciais são usadas para a criação e o reconhecimento de certas experiências; as tarefas reflexivas servem para direcionar a atenção dos alunos para a relação atividade-efeito, as tarefas de antecipação têm o intuito de levar os estudantes a identificar e analisar regularidades.

Na primeira tarefa, o estudo das transformações (rotação) foi feito de uma maneira diferente da usual. Num curso tradicional, as transformações são inicialmente definidas para, em seguida, deduzir suas propriedades. Tomando como exemplo a rotação, nossa proposta foi de apresentar essa transformação como uma caixa-preta, propondo a utilização da ferramenta “Rotação” do GeoGebra de forma que o software não dá nenhuma indicação de como essa transformação opera.

Analisando seus efeitos a partir da movimentação dos elementos de base (no caso, centro, ângulo e figura inicial) e explorando algumas situações, nossa intenção foi de o professor vir abrindo essa caixa preta e desvelando as características da transformação, de forma a caminhar na direção de formular uma definição matemática para esse objeto, descrever uma possível

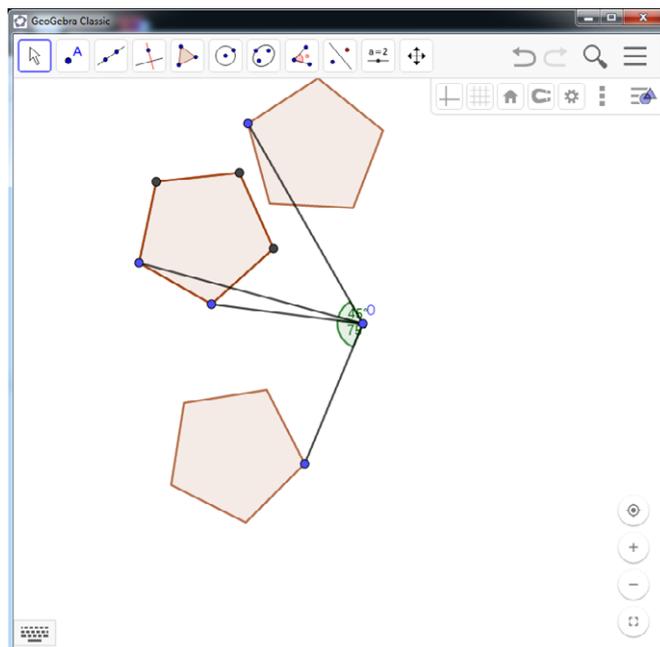
construção (procedimento geométrico que a represente) e algumas de suas propriedades. Trata-se, portanto, de uma abordagem experimental possível nesse tipo de ambiente, pois é baseada na utilização de uma ferramenta com a qual procura-se observar propriedades invariantes que caracterizam a transformação (no sentido do que é ou não conservado quando de sua aplicação).

Com base nos trabalhos de Vergnaud (1990) sobre a estrutura de problemas no campo conceitual aditivo, podemos classificar os problemas relacionados com as transformações geométricas em três tipos: (1) dada a figura inicial F e uma transformação T , obter a imagem F' de F por T ; (2) dada a imagem F' e a transformação T , obter a figura F , antecedente de F' ; (3) dada a figura F e a sua imagem F' , obter a transformação T que relaciona F e F' . Acreditamos que uma abordagem que considere tais classes de situações põe em funcionamento tratamentos cognitivos e procedimentos variados por parte dos alunos, de modo a focar diferentes aspectos do conceito em jogo. O terceiro tipo de problema, geralmente menos presente no ensino usual, difere dos tipos 1 e 2, pois obriga o aluno a fazer hipóteses sobre a natureza da transformação antes de determinar os elementos que a caracterizam.

Traremos, a seguir, uma das atividades propostas para a transformação “rotação”.

- Crie um polígono qualquer, um ponto O fora do polígono e um ângulo de 75° (para isso, utilize a opção “Número”, que permite editar um número qualquer na tela). A seguir, utilizando a ferramenta “Rotação” do GeoGebra, rotacione o polígono em torno do ponto O de um ângulo de 75° (observe que o GeoGebra respeita a convenção de que o polígono gira no sentido anti-horário quando a medida do ângulo é positiva).
- Agora, rotacione o polígono em torno do ponto O de um ângulo de -45° (com um duplo clique, é possível variar o número editado).

Variando o ponto O , o número que representa a medida angular e movimentando, também, o polígono, observe diferentes casos de rotação.

Figura 1 – Construção da tarefa I, rotação como uma transformação

Fonte: Elaboração do autor.

Para a resolução, a tarefa I trata da rotação como uma transformação que opera sobre uma figura como um todo. O objetivo dessa atividade é perceber os invariantes (conservação das distâncias e dos ângulos) relacionados a essa transformação. É um problema do primeiro tipo, visando introduzir a rotação com o auxílio da ferramenta do GeoGebra que a representa. Nessa atividade, a rotação é tratada de um ponto de vista global (ação sobre figuras), com destaque para o papel de seus elementos característicos – um ponto como centro e uma medida angular representando o ângulo de rotação.

No estudo de rotação, também foi explorada a rotação de três tipos: a do primeiro, sob um ponto de vista pontual, trata de identificar um procedimento geométrico que relaciona dois pontos na rotação; a do segundo tipo trata da transformação inversa; e a do terceiro tipo, mas a natureza da transformação é dada, em que o trabalho na formação foi obter apenas o centro e o ângulo da rotação.

Como em todas as tarefas, o professor pode, no GeoGebra, explorar as propriedades de forma a conjecturá-las e, ainda, verificar, na construção, que, ao manipular a figura, as propriedades – seja de construção, seja de matemática – não se alteram.

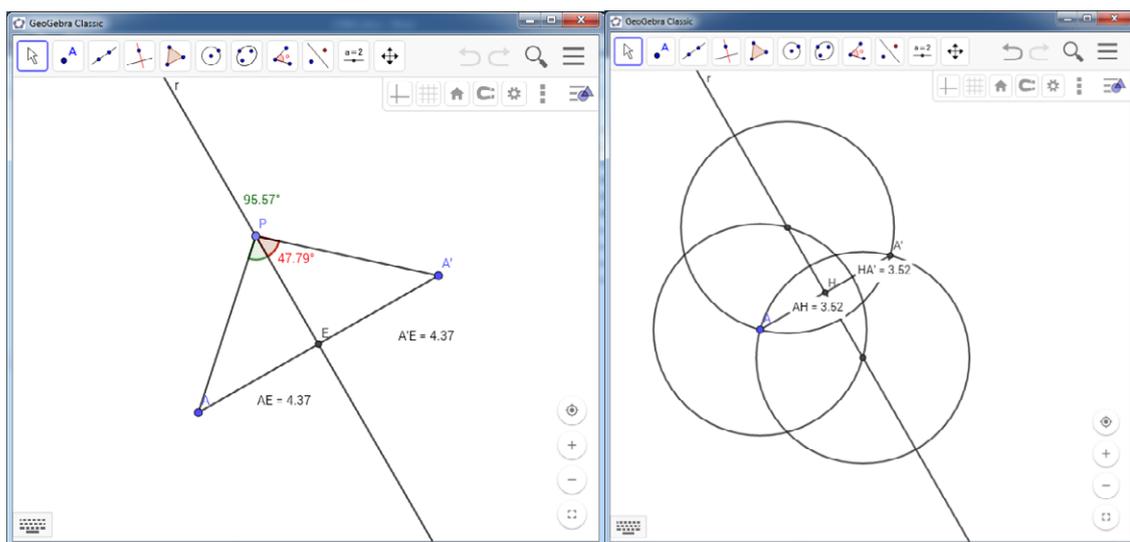
Na sequência, foi apresentada a transformação “simetria axial” (reflexão em relação a uma reta ou simetria ortogonal) dentro do mesmo espírito da rotação – tarefa II. No curso, o professor em formação continuada opera

sobre figuras ou pontos como forma de descobrir as características dessa transformação, uma possível construção com régua e compasso e algumas propriedades a partir da movimentação de seus elementos de base e da exploração de diversas configurações.

- Considere um ponto A e uma reta r . Construir o simétrico A' de A em relação à reta r usando a opção “Simetria axial” do menu. Considere um ponto P qualquer pertencente à reta r .
 - i) Quais as características do triângulo APA' ?
 - ii) Relacione a reta r com o segmento AA' .
 - iii) Relacione a reta r com o ângulo APA' .

Construir o simétrico do ponto A em relação à reta r usando somente as ferramentas reta (que corresponde à régua não graduada) e circunferência (que corresponde ao compasso).

Figura 2 – Construção da tarefa II, transformação simetria axial



Fonte: Elaboração do autor.

Na tarefa II, para a sua resolução, o professor em formação continuada deverá estabelecer características de um ponto imagem por uma simetria em relação a uma reta. É um trabalho de exploração, de formulação de conjecturas e de validação experimental a partir das inúmeras possibilidades oferecidas pela geometria dinâmica. A atividade é finalizada solicitando ao professor um método para construir o simétrico de um ponto em relação a uma reta com o uso de uma régua não graduada e de um compasso. É o momento oportuno para o professor incentivar os alunos, quando de sua aula sobre o tema na educação básica, à busca de diversos métodos de

construção e, na sequência, a partir da comparação entre eles, organizar a fase de institucionalização do conceito de simetria axial.

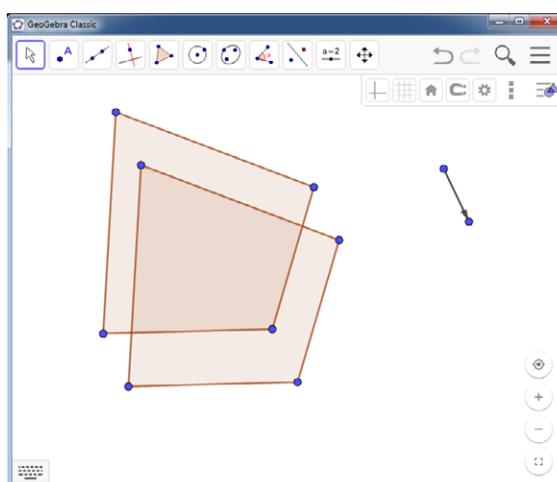
Salientamos que, quando mencionamos “caixa preta”, consideramos uma revisitação dos conceitos matemáticos por parte do professor, com a diferença de que, nesse momento, ele explora esses conceitos e valida em um entorno tecnológico.

Ao abordar a tarefa III, consideraremos a noção de vetor² como conhecida. A transformação “translação” foi, como nas sequências anteriores, considerada inicialmente como uma caixa preta. O conjunto das atividades propostas terá como objetivo explicitar a noção de translação e seus invariantes (conservação das distâncias, ângulos e das direções), e de utilizá-la como ferramenta para resolver problemas geométricos.

Visando potencializar o caráter dinâmico do ambiente, é interessante que, nas atividades propostas no curso nas quais se pede a imagem de uma figura por uma translação, a extremidade do vetor seja deslocada para observar os efeitos ou consequências dessa variação sobre a figura representando a imagem da transformação. Interessante, também, é observar que a movimentação do representante do vetor (não da extremidade) não modifica a imagem, pois, nesse caso, o vetor não é alterado.

- Criar um polígono qualquer e um vetor. Em seguida, usar a ferramenta “translação” para transformar o polígono num outro. Movimentando o polígono e as extremidades do vetor, investigue e enumere os invariantes dessa transformação.

Figura 3 – Translação de um polígono a partir de um vetor

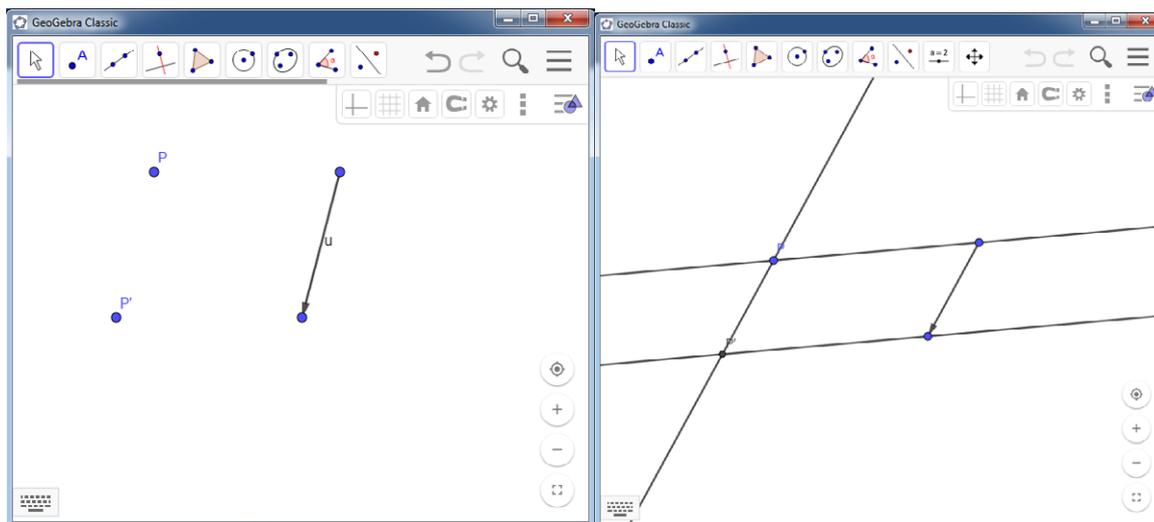


Fonte: Elaboração do autor.

2 Consideramos, no curso, que a representação matemática é feita por meio de uma seta, com o objetivo de indicar a medida que ela representa. Todo vetor é composto por módulo, direção e sentido.

- i) Dado um ponto P e um vetor AB , usando a ferramenta “Translação”, transladar o ponto P segundo o vetor AB . Quais as características dessa transformação? Analise a relação entre os pontos P e sua imagem e o vetor AB ;
- ii) Construa o transladado do ponto P segundo o vetor AB , sem utilizar a ferramenta “Translação” do GeoGebra.

Figura 4 – Construção da tarefa III, itens i e ii



Fonte: Elaboração do autor.

Para a resolução dessa tarefa, o professor começa com a translação de um polígono, explorando a apreensão global da transformação – ação sobre uma figura, também percebida globalmente – para, em seguida, propor uma transição para o aspecto pontual. O aspecto global favorece a visualização dos invariantes associados à transformação, ao passo que a apreensão pontual enfatiza o procedimento geométrico que permite associar um ponto qualquer a um outro ponto, caracterizando a transformação como aplicação (objeto funcional). Esse é o objetivo dos itens (i) e (ii) da tarefa III.

No curso, salientamos, ainda, que a imagem de cada figura pela translação poderá ser obtida por meio de pontos característicos dos objetos (os vértices no caso de um triângulo, o centro e um ponto no caso da circunferência, e por cinco pontos no caso do pentágono regular e da elipse), mas, para reforçar um pouco mais o aspecto pontual, as imagens também podem ser obtidas como lugares geométricos do transladado de um ponto genérico da figura inicial, quando esse ponto a descreve.

Visando potencializar o caráter dinâmico do ambiente, é interessante que, nas atividades propostas nas quais se pede a imagem de uma figura por uma translação, a extremidade do vetor seja deslocada para observar

os efeitos ou consequências dessa variação sobre a figura representando a imagem da transformação. Também é interessante observar que a movimentação do representante do vetor (não da extremidade) não modifica a imagem, pois, nesse caso, o vetor não é alterado.

Em relação ao *software* GeoGebra, entre os professores que participavam como sujeitos do curso, alguns já tinham utilizado de maneira superficial, enquanto outros jamais haviam tido qualquer experiência anterior. O que se observou, em relação à maioria dos sujeitos, é que a fluência em outros programas destinados ao trabalho didático com matemática – entre os quais o próprio GeoGebra, utilizado nesta iniciativa – facilitou as primeiras etapas relativas à fluência digital demandada, menos pela similitude entre as ferramentas em questão e mais pela percepção, por parte dos usuários, da necessidade de assimilar a lógica subjacente à interface empregada, ainda que cada uma delas sustente sua própria necessidade de apreensão.

Após a realização das três tarefas, os professores ficaram livres para criar figuras geométricas a partir dos conceitos estudados. Assim, trazemos uma das figuras desenvolvidas no curso, na qual o professor utilizou as ferramentas de simetria e reflexão em relação a uma reta; na atividade, podemos observar um vetor em que o professor percebeu que pode transladar uma figura também empregando um vetor.

Cabe ressaltar que o princípio da simetria contribui para a compreensão de que as vivências dos professores, como aluno em sua formação docente, tanto inicial quanto continuada, são constitutivas do papel que exercerá na sua prática docente futura. Assim, o professor em formação não deve ser capaz de apenas reproduzir, mas também de ter autonomia para inovar sua prática a partir de suas vivências, pesquisas e necessidades.

Na tarefa, os professores foram capazes de articular os conhecimentos teóricos ao entorno tecnológico, empregando os conceitos matemáticos. Destacamos que o importante, na formação, é prever as estratégias que viabilizam a aplicação das aprendizagens possibilitadas pela formação que reforcem e desenvolvam os seus efeitos em sala de aula, ou seja, a integração das TDIC em toda a vida escolar e em todas as áreas disciplinares, de forma interdisciplinar.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologias e currículo**: trajetórias convergentes ou divergentes? São Paulo: Paulus, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: volume 3: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

CASTRO FILHO, J. A. **A formação de professores para o uso de novas tecnologias para o ensino de Matemática**. [S. l.: s. n.], 2001.

LOBO DA COSTA, N. M.; Prado, M. E. B. B. A integração das tecnologias digitais ao ensino de matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor. **Revista Perspectivas Educação Matemática**, [s. l.], v. 8, n. 16, p. 99-120, 2015.

PIAGET, J. **O desenvolvimento do pensamento**: equilibração das estruturas cognitivas. Lisboa: Dom Quixote, 1977.

PIAGET, J. **Equilibration of cognitive structures**. Chicago: University of Chicago Press, 1985.

SIMON, M. A.; TZUR, R.; HEINZ, K.; KINZEL, M. Explicating a mechanism for conceptual learning: elaborating the construct of reflective Abstraction. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s. l.], v. 35, n. 5, p. 305-329, 2004.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, p. 133-169, 1990.