### INTERFACES DA EDUCAÇÃO

# RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1°. GRAU: reflexões de um grupo de Professores de Matemática

## RESOLUTION OF PROBLEMS AND THE TEACHING OF FIRST ORDER EQUATION SYSTEM: reflections of a group of Mathematics Teachers

Adriano Santos Lago<sup>1</sup>

#### **RESUMO**

Neste artigo apresentamos a experiência de um grupo de professores de Matemática que se reuniu para planejar, experimentar e refletir a respeito da Resolução de Problemas para o ensino de matemática. Os encontros aconteceram durante o horário já instituído, destinado a realização de atividades complementares de uma escola municipal onde atuam, localizada no sul da Bahia. Durante esses encontros os professores discutiram os diferentes entendimentos a respeito do trabalho com a resolução de problemas e definiram que o conteúdo matemático a ser trabalhado com os alunos seria a resolução de sistemas de equações do 1º. grau. Considerando a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas proposta por Allevato e Onuchic foi realizado um planejamento para o trabalho em sala de aula. Com a experimentação e

\_

Possui graduação em Ciências Econômicas pela Universidade Estadual de Santa Cruz (2003), graduação em Matemática pela Faculdade de Tecnologia e Ciências de Salvador (2008), Especialista em Administração da Educação: Gestão Participativa pela Universidade Estadual de Santa Cruz (2006) e mestre pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual de Santa Cruz (2016). Atuando como professor de Matemática da Rede Municipal de Ubaitaba desenvolveu ações para a Formação de Professores dos anos finais do Ensino Fundamental e atualmente desenvolve a função de Coordenador Geral nesse nível de ensino. Também é professor de Matemática do Ensino Médio pela Secretaria de Educação do Estado da Bahia desenvolvendo suas atividades no Colégio Estadual Professora Maria Olímpia no município de Aurelino Leal.

#### Adriano Santos Lago



reflexão do trabalho foi possível perceber que essa proposta metodológica é uma alternativa para conduzir a resolução de problemas e pode trazer contribuições efetivas para a produção de conhecimentos matemáticos. Também possibilita uma postura diferente do aluno, em relação aos problemas escolares que precisa resolver, e do professor, que tem um papel de mediador no processo de ensino e aprendizagem de Matemática e precisa estar preparado para lidar com situações inesperadas.

**Palavras-chave:** Reflexão de professores. Resolução de Problemas. Sistema de Equações do 1°. grau.

#### ABSTACT

In this article, we present the experience of a Mathematics teacher's group whom assembled to plan, experiment and reflect about Problems-Solving for the mathematics education. The meetings happened during an already instituted schedule, aimed to the accomplishment of complementary activities of a municipal school where they act, located in southern Bahia. During these meetings, the teachers discussed about the different agreements on the Problems-Solving work and defined that the mathematical content to be worked with the students would be the solving of first degree equations. Regarding the methodology of Teaching-Learning-Evaluating of Mathematics through the Problems-Solving proposed by Allevato e Onuchic, a planning for the classroom work was held. With experimentation and reflection of the work it was possible to realize that this methodological approach is an alternative to lead the solving of problems and can bring effective contributions to the production of mathematical knowledge. It also allows a different posture of the student, in relation to school problems which they need to solve, and the professor, who has a role as mediator in the process of mathematics teaching and learning and must be prepared to deal with unexpected situations.

**Key words:** Teacher's Reflection. Problems-Solving. Fist Degree Equations System.

#### **INTRODUÇÃO**

O desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática tem sido foco de constantes pesquisas e estudos nas últimas décadas no campo da Educação Matemática. Em particular, nas pesquisas de Nacarato et al (2013), Fiorentini(2013), Crecci e Fiorentini (2013) é possível compreender as mudanças na postura do professor de Matemática relacionadas à sua profissão e na possibilidade de se estabelecer caminhos para o seu desenvolvimento, ressaltando a relevância de se investigar nessa direção.

Um desses caminhos indica como promissor a formação de grupos de professores que trabalham colaborativamente procurando refletir a respeito das diferentes maneiras de ensinar e aprender Matemática na escola. Partindo desse pressuposto e das nossas inquietações, enquanto professores de Matemática, encontramos motivação para desenvolver uma pesquisa com um grupo de professores desta área do conhecimento.

O grupo foi formado com a participação de cinco professores de Matemática, que lecionavam na mesma escola pública do primeiro autor deste artigo. A escola está localizada no sul da Bahia e os professores já tinham um horário consolidado para realização de atividades destinadas ao ensino e aprendizagem de matemática, intitulado como atividades complementares (AC).

Neste artigo apresentamos parte dessa experiência relatando algumas discussões que ocorreram no grupo a respeito das diferentes possibilidades de se trabalhar com Resolução de Problemas nas aulas de Matemática. Considerando a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas, proposta por Allevato e Onuchic (2014), os professores planejaram juntos problemas para o ensino de sistema de equações do 1º grau. Na sequência, realizaram a experimentação dos problemas com seus alunos em sala de aula. Novamente reunidos fizeram uma reflexão da experiência que tiveram com seus alunos ao utilizarem uma proposta metodológica que era nova para aquele grupo.

Mediante esse movimento e considerando os registros realizados durante os encontros, buscamos organizar as reflexões realizadas procurando compreender as contribuições dessa experiência para o desenvolvimento profissional desse grupo de professores.

Apresentamos inicialmente alguns pressupostos teóricos que nortearam essa experiência, em particular, aqueles que dizem respeito à relevância da reflexão para o desenvolvimento profissional do professor e as potencialidades e dificuldades do trabalho colaborativo. Posteriormente, apresentamos os procedimentos metodológicos, os participantes da pesquisa e alguns aspectos registrados durante o planejamento, a experimentação e a reflexão realizados pelos professores.

#### A reflexão e o trabalho colaborativo

A participação e envolvimento de professores da Educação Básica em cursos de formação muitas vezes não trazem nenhuma contribuição para uma mudança da postura do professor com relação à maneira como realiza seu trabalho em sala de aula. Para Ferreira (2013), esses modelos formativos muitas vezes não promovem mudanças porque não consideram a realidade escolar nem a necessidade dos professores envolvidos.

Apesar dessas questões já serem discutidas no contexto brasileiro desde a década de 1990, quando surge a proposta de organização de grupos colaborativos, ainda nos deparamos com muitos cursos organizados sem um envolvimento efetivo dos professores da Educação Básica.

Os trabalhos de Fiorentini (2013), Ibiapina (2008), Ferreira (2013), Santos (2015) e outros pesquisadores mencionam que o trabalho colaborativo pode proporcionar ganhos para a formação dos professores, quando estão em organizados em grupos para dialogar a respeito da prática docente.

Para esses autores, a aprendizagem por meio de uma experiência de colaboração se constitui como importante, pois pode proporcionar aos docentes a compreensão de que num contexto de pessoas diferentes, com motivações específicas, gostos diversos e com experiências singulares, a

partilha dos saberes adquiridos na prática pode ser socializada e trazer crescimento pessoal e profissional.

Santos (2015) ressalta também que o espaço escolar consolida essas ações constituindo-se como um lugar que reúne as condições favoráveis para que esses momentos aconteçam. Esse autor argumenta que o trabalho colaborativo constitui "[...] um possível caminho para formação continuada de professores, com vista a encadear um processo reflexivo sobre a prática" (SANTOS, 2015, p.67). Nesse sentido, aponta que o cenário entre pesquisadores e professores visa compreender e transformar uma determinada realidade educacional, articulando a prática dos professores e os conhecimentos teóricos, permeados pela reflexão.

As discussões partem das atividades desenvolvidas por cada professor que ao partilhar suas experiências pessoais e singulares pode contribuir com a formação do outro. Ao fazer parte de um mesmo grupo e se envolvendo nas discussões e reflexões relacionadas ao fazer pedagógico, entraves e impossibilidades podem ser minimizados e até solucionados por uma ideia da coletividade. Além disso, Fiorentini (2013) aponta alguns motivos para se trabalhar na perspectiva do trabalho colaborativo:

São múltiplos os motivos que mobilizam os professores a querer fazer parte de um grupo: buscar apoio e parceiros para compreender e enfrentar os problemas complexos da prática profissional; enfrentar conjuntamente os desafios da inovação curricular na escola; desenvolver projetos de inovação tecnológica, como incorporar as tecnologias da informação e comunicação (computador, internet, vídeos etc.) na prática escolar, buscar o próprio desenvolvimento profissional; desenvolver pesquisa sobre a própria prática, entre outros. Esse desejo de trabalhar e estudar em parceria com outros profissionais resulta de um sentimento de incompletude enquanto profissional e da percepção de que, sozinho, é difícil dar conta desse empreendimento (FIORENTINI, 2013, p. 60).

Esse autor também pontua algumas características do trabalho colaborativo com destaque para: (i) voluntariedade, identidade e espontaneidade; (ii) liderança compartilhada e corresponsabilidade; e (iii) apoio, respeito mútuo e reciprocidade de aprendizagem. Deixa claro que existem outras características e ainda ressalta que o êxito ou o fracasso do

grupo que trabalha nessa direção está relacionado à forma como enfrenta as situações adversas da prática docente.

Com relação ao envolvimento dos professores nesse trabalho, a confiança e o diálogo são elementos importantes para que os encontros com o grupo tornem-se um espaço de questionamentos, esclarecimento de dúvidas, debates, reflexões, buscando atender ao professor no desenvolvimento de sua prática no contexto da sala de aula.

Como esse tipo de trabalho é constituído da diversidade, naturalmente pode-se pensar na necessidade de uma liderança, de alguém que determine as diretrizes ou organize a vida em conjunto. No trabalho em que a colaboração se torna o eixo central, não há essa necessidade. Os seus participantes agem conjuntamente em torno de um interesse que envolve todos. As relações estabelecidas direcionam as ações dos envolvidos, com isso os papéis podem ser assumidos por qualquer integrante envolvido no grupo.

Na visão de Ibiapina (2008, p. 25), o trabalho colaborativo "[...] faz com que professores e pesquisadores produzam saberes, compartilhando estratégias que promovam o desenvolvimento profissional". Define ainda como um "trabalho de coprodução", pela compreensão de que nem todos os envolvidos devam participar das tarefas com a mesma intensidade. Nesse sentido, Ibiapina (2008, p. 34) aponta que "[...] o desenvolvimento pessoal e profissional dos professores ocorra com a orientação de uma pessoa mais experiente, no caso o pesquisador em colaboração com os demais em busca desse desenvolvimento". Portanto, há um movimento recíproco de colaboração entre pesquisadores e professores.

A respeito da interação entre professores e pesquisadores, Santos (2015, p. 70) ressalta "[...] a necessidade de engajamento dos professores no processo de reflexão sobre determinado aspectos da prática que os levará a explorar situações novas associadas a sua prática".

Diante desses apontamentos, percebemos que as situações relacionadas à formação continuada do professor perpassam pela ação

reflexiva. Nesse sentido, o professor é compreendido como aquele que reflete, investiga e constrói o seu conhecimento.

A partir da concepção de Donald Schön (2000, p.21) para a educação, o autor utiliza a expressão "conhecer-na-ação para referir-se aos tipos de conhecimentos que revelamos em nossas ações inteligentes", que são as atitudes manifestadas de modo público, que podem ser percebidas.

Contudo, Schön afirma que em alguns momentos esses conhecimentos são insuficientes para os novos desafios e que o indivíduo poderá responder a ação ignorando os sinais que a produzem ou utilizar a reflexão de duas formas: refletir na ação ou fazer uma pausa para pensar.

Na primeira forma, o professor reflexivo permite ser surpreendido pela ação do seu aluno, com isso, reflete sobre esse ato, compreendendo o ocorrido, reformula o que foi suscitado para testar uma nova hipótese.

Para o autor, o professor age espontaneamente quando em contato com o aluno e quando as situações se apresentam e pensa sobre a sua ação e na do seu aluno, sendo direcionado à busca de novas articulações no sentido de melhorá-las.

A segunda forma de reflexão conta com a capacidade de avançar e de refletir sobre a reflexão-na-ação, necessitando de uma boa descrição verbal para articular uma ação futura. Um diálogo é estabelecido quando se consegue olhar retrospectivamente sobre o que ocorreu. Schön (1992, p. 83) exemplifica essa reflexão apontando que, "[...] após a aula, o professor pode pensar no que aconteceu, no que observou, no significado que lhe deu e na eventual adoção de outros sentidos [...]", e para isso descreve e observa, sendo preciso recorrer ao uso de palavras.

O professor, ao adotar a postura reflexiva, pode ressignificar suas ações nas interações com um grupo de professores. Como gestor do seu conhecimento, assume essa responsabilidade de buscar, por meio de uma prática refletida, elementos para superar os desafios que sempre surgem no ambiente escolar. Essas circunstâncias possibilitam oportunidades de interação entre os professores, mediante o compartilhamento das experiências de como conduzem suas ações.

Colocar a reflexão como foco do trabalho docente possibilita que o professor desenvolva uma postura centrada no contexto em que atua, consolidando o seu olhar para sua realidade e buscando direções para o fortalecimento do ambiente educacional.

Pimenta (2006, p. 43) argumenta que "[...] o individualismo na reflexão, a ausência de critérios externos potencializadores de reflexão crítica, a excessiva ênfase nas práticas, a inviabilidade da investigação nos espaços escolares [...]", consolidam as dificuldades de trabalhar nessa linha. Portanto, para a autora a ação docente isolada, pautada na própria experiência, sem questionar o seu próprio fazer, impede que o professor desenvolva sua reflexividade, inibindo ações que potencializam o exercício docente.

Essas leituras nos direcionaram para a compreensão do percurso investigativo permeado pela reflexão. Assim, diante desses apontamentos, construímos um entendimento de que o trabalho colaborativo deve acontecer em um espaço de participação que leva os envolvidos a contribuir de alguma forma, beneficiando a todos e favorecendo o aprimoramento docente. Acreditamos que esse movimento pode proporcionar aprendizagens aos professores e pesquisadores. O diálogo com os pares sobre os aspectos da prática e também dos conhecimentos teóricos oportunizados pelas leituras e discussões podem promover ações que resultem em melhores resultados ao ensino e a aprendizagem nos espaços escolares.

#### Percurso metodológico da pesquisa

Para a realização desta pesquisa contamos com a participação de cinco professores de Matemática que, conforme mencionamos anteriormente, lecionam na mesma escola pública do primeiro autor deste artigo. Para preservar o anonimato desses professores atribuímos a eles nomes fictícios. Assim, eles serão identificados como: André, Cleide, Daniel, Pedro e Robson. Todos eles ministram aulas de Matemática, em uma ou mais turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Cabe ressaltar que, diferente de muitas escolas da rede pública de ensino, todos esses profissionais tiveram ou estavam tendo formação em curso de Licenciatura em Matemática. Dois deles ainda estavam cursando os últimos semestres na universidade, outros dois já tinham concluído o curso há mais de cinco anos e, dentre esses, um já tinha finalizado um curso strictu sensu de Pós-Graduação em Educação Matemática. Em relação ao vínculo empregatício com a rede municipal, três professores eram contratados e dois eram efetivos. Entre eles, um dos professores atuava também na rede privada e outro na rede estadual.

A experiência aqui relatada aconteceu em sete encontros durante o horário de atividades complementares. Este horário já estava consolidado no ambiente escolar e, conforme previsto no Estatuto do Magistério municipal, estas atividades estão incluídas na carga horária de trabalho do professor. Também consideramos as aulas nas quais os professores fizeram a experimentação com seus alunos utilizando os problemas elaborados coletivamente.

Para a organização dos encontros com os professores foi necessário um agendamento preliminar para uma conversa com eles e com a diretora da escola. Nesta oportunidade, procuramos explicar nossas intenções e esclarecer que a proposta fazia parte de uma pesquisa de mestrado, que estava sendo desenvolvida e que foi pensada procurando contribuir com o desenvolvimento profissional dos envolvidos naquele ambiente escolar.

Esta proposta tinha como objetivo planejar o ensino de um conteúdo matemático, realizar a experimentação do que foi planejado em sala de aula e, por último, refletir a respeito do trabalho realizado com os alunos. No entanto, seria interessante que todos pudessem considerar uma mesma metodologia para o trabalho em sala de aula e nossa sugestão foi utilizar a Resolução de Problemas para o ensino de algum conteúdo algébrico.

Também discutimos com os professores alguns pontos que avaliamos como relevantes para serem abordados durante nossos encontros relacionados à importância da reflexão em um trabalho colaborativo e aos diferentes entendimentos para o uso da Resolução de Problemas em sala de

aula. Em particular, mencionamos a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, que conhecemos ao participar de uma palestra ministrada pelas autoras dessa proposta, as professoras Lourdes Onuchic e Norma Allevato. Essa experiência contribuiu para a compreensão de que a Resolução de Problema se constituía como uma alternativa para o ensino da Matemática com mais significado para o aluno, promovendo, inclusive, o seu protagonismo.

Junto com os professores organizamos o calendário dos encontros e definimos alguns textos que serviriam de embasamento para as discussões e reflexões de cada encontro. Esses textos deveriam ser disponibilizados com uma semana de antecedência, para que fosse possível realizar a leitura antes da discussão em grupo.

A produção e coleta de dados aconteceram em meio a esses momentos utilizando a observação e registro no diário de campo do pesquisador, com propostas de compreender as ações desenvolvidas pelos professores nesse percurso. Em todos os encontros utilizamos um gravador produzindo os registros verbais. Em momentos oportunos, utilizamos questionários com perguntas relacionadas às ações dos integrantes do grupo durante o planejamento, a experimentação e a reflexão.

## Primeiros encontros: discussões iniciais e o planejamento de problemas

O primeiro encontro do grupo foi organizado para discutir a respeito do trabalho colaborativo e os professores se mostraram atentos a essa proposta, compreendendo que as experiências individuais de sala de aula, quando compartilhadas, poderiam contribuir com o processo formativo de outros professores. Para este primeiro encontro consideramos os trabalhos de Fiorentini (2013), Nacarato et al (2013) e Ibiapina (2008) para fomentar discussões a respeito do trabalho colaborativo, uma vez que esses autores apresentam diferentes entendimentos das relações de colaboração.

Um ponto importante para destacarmos foram as discussões a respeito da diferença entre a cooperação e colaboração. Ao final deste encontro o professor André concluiu que o grupo era cooperativo e que apenas com o desenvolvimento dos próximos encontros é que poderiam afirmar se o trabalho realizado seria realmente colaborativo.

Nos dois encontros seguintes as discussões se voltaram para a conceituação do que vem a ser um problema em Matemática e a maneira que os professores trabalhavam com a Resolução de Problemas em sala de aula. Para isto, fizemos previamente a leitura das orientações dos PCN (BRASIL, 1998) e do texto intitulado Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: porque Através da Resolução de Problemas, de autoria de Allevato e Onuchic (2014).

Essas leituras permitiram revisitar algumas concepções dos professores relacionadas à proposição de problemas nas aulas de Matemática. Nesse sentido, a professora Cleide relatou que:

O habitual que nós fazemos, é o quê? Trabalhamos o conceito e vamos para os exemplos e situações para ilustrar o conceito. A gente entende que problema é uma ilustração do conceito, mais ou menos assim, não é? O PCN diz que para o indivíduo formalizar o conceito ele precisa primeiro partir de um problema e nós sempre fazemos o inverso, entendeu? (Registro verbal da Professora Cleide).

Ratificando o que propõem os PCN, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas apresenta um caminho para o ensino de Matemática, por meio dos problemas. Nesse sentido, Allevato e Onuchic (2014, p. 38) consideram "[...] que a expressão 'através' – significando 'ao longo', 'no decurso' – enfatiza o fato de que ambas, Matemática e Resolução de Problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente". Assim, os problemas ganham importância em razão da possibilidade de promover uma aprendizagem efetiva da Matemática.

As dez etapas propostas por essas autoras foram discutidas uma a uma, a saber: (1) proposição do problema; (2) leitura individual; (3) leitura em conjunto; (4) resolução do problema; (5) observar e incentivar; (6) registro da resolução na lousa; (7) plenária; (8) busca do consenso; (9) formalização do conteúdo; e (10) proposição e resolução de novos problemas.

De acordo com a proposta de Allevato e Onuchic (2014, p. 45), a Metodologia inicia-se quando "[...] o professor seleciona ou elabora um problema e propõe aos alunos, ou aceita um problema proposto pelos próprios alunos".

O grupo discutiu a respeito de como aconteceria essa dinâmica, percebendo os movimentos em torno do professor e do aluno. Trabalhar com essa proposta seria sair dos moldes como o ensino de Matemática estava acontecendo na escola e, para isso, o professor precisaria entender esse movimento e a importância de "ampliar" o papel da Resolução de Problemas no currículo.

A avaliação agregada ao processo de ensino e aprendizagem foi um dos aspectos da Metodologia que chamou a atenção dos professores. A esse respeito, as autoras ressaltam que "[...] o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43). Nesse sentido, o professor pode avaliar o aluno observando todo o processo, como ele age, a relação com o outro e aspectos que possibilitam realizar sua avaliação. Quanto a isso, o Professor André afirmou:

[...] a avaliação já está ali, você pode pontuar que a avaliação dele vai ser da leitura individual e em conjunto, por exemplo. Como você está com o seu grupo? Está participando? Com a resolução do problema, aí já pode ser a nota da equipe, avaliando o registro da resolução. Não precisa nem ser na lousa. Pode ser em outro lugar, ele pode levar no cartaz, no slide, dependendo do problema. A plenária, seu envolvimento, sua participação, isso aqui dá uma avaliação (Registro verbal do Professor André).

Para o Professor André, a avaliação ocorre com a percepção da desenvoltura do aluno em cada uma das etapas da Metodologia. Por possibilitar o envolvimento do aluno em diferentes momentos, Allevato e Onuchic (2014, p. 43) contemplaram a avaliação, uma vez que passa "[...] a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos". Dessa forma, as

autoras organizaram a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Para que esse direcionamento se concretize, o professor é o mediador dos processos de ensino e considerando as diferentes condições de aprendizagem pode promover um ambiente para que o seu aluno construa seus próprios conhecimentos matemáticos.

Entendendo que para o trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas "o problema é o ponto de partida e orientação para aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos", o grupo de professores se organizou para elaborar um problema inicial, que nesta proposta é intitulado de problema gerador.

Os professores decidiram utilizar essa metodologia com alunos do 7.º e 8.º anos, os quais ainda não tinham tido contato, em outras aulas, com o conteúdo relacionado à resolução de sistema de equações do 1.º grau.

Mesmo diante da ausência da aula formal, a que sempre são submetidos, os alunos deveriam sentir-se desafiados a resolvê-los. No entanto, como ressaltam Allevato e Onuchic (2014), um problema configura-se na relação com o resolvedor. Portanto, somente após a aplicação dos problemas aos alunos é que podemos avaliar se eles se sentiram desafiados a resolvê-los.

Para a elaboração dos problemas os professores se reuniram em mais três encontros. O primeiro deles foi destinado à discussão das principais dificuldades dos alunos na resolução de problemas que envolvem conteúdos algébricos. Nos dois encontros seguintes os problemas foram elaborados coletivamente, fazendo uso das anotações proporcionadas pelas discussões dos encontros anteriores, de coleções de livros didáticos e pesquisas realizadas na internet.

O grupo optou por desenvolver um banco de questões que estivesse à disposição de todos os envolvidos. Por meio do trabalho colaborativo, iniciaram suas ações dialogando quanto às temáticas que seriam abordadas. O tempo previsto para o encontro voltado ao planejamento das atividades se

esgotou, ficando o trabalho inconcluso. Por este motivo, o grupo decidiu que seria necessário mais um encontro para a finalização do planejamento, ocasionando o sexto encontro.

Com esse percurso o grupo finalizou o planejamento apresentando para cada problema: título, objetivo, conceitos que poderiam ser trabalhados, sugestão de resolução e, por fim, os tópicos a serem formalizados pelo professor ao final. Dentre os problemas planejados para o trabalho em sala de aula, apresentamos três deles que foram intitulados "Dimensões da quadra" (Quadro 1), "Lanche de Pedrinho e Joãozinho" (Quadro 2) e "Quantidade de Peixes" (Quadro 3).

#### **Quadro 01 –** Dimensões da quadra

#### **PROBLEMA**

Arthur quer saber a área da quadra do seu colégio, mas não está com nenhum instrumento de medida, apenas com as informações: o seu perímetro é igual a 90 metros e a diferença entre o lado maior e o lado menor é igual a 15 metros. Quais as dimensões da quadra?

O problema apresentado no Quadro 1 traz uma indagação a respeito das dimensões do espaço no qual os alunos desenvolvem suas atividades físicas.

A análise desse problema permite-nos evidenciar que, mesmo contendo conceitos simples como perímetro e medida de lados, ele apresenta potencialidades para o trabalho em sala de aula. A referência à quadra do colégio possibilita ao aluno perceber que o problema pode ser representado por meio de uma figura geométrica plana, o retângulo. Seus lados adjacentes têm medidas diferentes e, por esse motivo, não é possível associar a mesma incógnita para representar suas medidas.

Observamos que não foram indicadas incógnitas para representar as dimensões, permitindo que os alunos façam diferentes escolhas em suas representações. As informações propiciam que os alunos encontrem as

medidas utilizando o método de tentativa e erro, o que fomentaria uma interessante plenária.

Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10) demonstram que o trabalho com Álgebra e o pensamento algébrico não devem reduzir-se ao simbolismo formal. Os autores asseveram que "[...] aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação". Logo, acreditamos que a compreensão algébrica do aluno poderia ser ampliada, pois o problema não buscou apenas a manipulação simbólica, mas a apropriação desse conhecimento como ferramenta para resolver problemas.

O problema apresentado no Quadro 2 também utiliza conceitos matemáticos presentes no cotidiano escolar. Possibilita ampliar o sentido numérico e a compreensão do significado das operações, uma vez que, nesse problema, o aluno poderá reconhecer as relações entre os diferentes tipos de números e as distintas operações.

#### Quadro 02 - Lanche de Pedrinho e Joãozinho

#### **PROBLEMA**

Pedrinho comprou duas coxinhas e um refrigerante pelos quais pagou R\$7,00. Seu irmão Joãozinho comprou uma coxinha e um refrigerante a mais pagando R\$11,50. Qual o preço da coxinha e do refrigerante?

Na resposta formulada pelos professores eles escreveram a primeira equação como 2x + y = 7,00, indicando "x" para coxinha e "y" para refrigerante.

Para a elaboração da segunda equação, os alunos deverão utilizar uma representação decimal. No tocante às diferentes representações numéricas, os PCN (BRASIL, 1998, p. 50), indicam que o "[...] conhecimento sobre os números é construído e assimilado pelo aluno num processo em que tais números aparecem como instrumento eficaz para resolver determinados problemas". Com isso, notamos que esse problema possibilitava a promoção

da discussão dos conhecimentos algébricos e de operações com números decimais.

Lochhead e Mestre (1995, p. 145) ressaltam os erros cometidos nos "[...] processos pelos quais se faz tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica". Examinando o que pode ocorrer durante o processo de resolução desse problema, o termo "a mais" gerando a incompreensão do aluno impediria que ele chegasse à expressão 3x + 2y = 11,50. De acordo com os professores, o objetivo dessa atividade era desenvolver a habilidade do aluno em resolver o problema adotando o método da substituição, por meio de sistemas.

O problema ilustrado no Quadro 3, apresentado pelo grupo de professores, apresenta maior complexidade relacionada à sua interpretação.

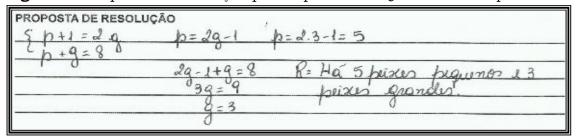
#### **Quadro 03 –** Quantidade de peixes

#### **PROBLEMA**

Em um aquário há 8 peixes entre pequenos e grandes. Se os pequenos tivessem mais um, teria o dobro dos grandes. Quantos são os pequenos e os grandes?

Em nossa avaliação, distinguimos nesse problema a dificuldade expressa por Lochhead e Mestre (1995, p. 145) para a "tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica". Na resolução proposta pelos professores (Figura 1), os alunos precisariam descrever as equações, chegando ao sistema que solucionaria esse problema.

Figura 1 - Proposta de resolução para o problema "Quantidade de peixe"



Fonte: Planejamento dos professores

Mais uma vez, os professores indicam como proposta de resolução para esse problema o método da substituição. Nesse sentido, sinalizaram que os alunos poderiam utilizar as incógnitas "p" para peixe pequeno e "g" para peixe grande, para composição das equações. A partir delas, eles acreditavam que os alunos poderiam resolver o sistema, encontrando a resposta correta.

Verificamos, portanto, que, além dessa escolha, o aluno poderia criar o seu próprio mecanismo por meio de tabelas, desenhos e outras estratégias que oportunizassem o seu entendimento.

Além desses problemas, outros dois foram sugeridos pelos professores e podem ser encontrados no trabalho de Lago (2016). Com os problemas organizados, os professores iniciaram a experimentação da metodologia em sala de aula e refletiram a respeito desse trabalho.

## Experimentar e refletir sobre o trabalho com a resolução de problemas

Compreender as orientações da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas foi uma experiência nova para o grupo de professores. Algumas situações que aconteceram em sala de aula não tinham sido previstas por eles durante a etapa de planejamento. Outras situações foram discutidas pelos professores, mas não foram consideradas nas atividades realizadas em sala de aula.

Dentre essas, ressaltamos a proposição de mais de um problema ao mesmo tempo realizada pelos professores Robson, Cleide e Daniel. Como todas as etapas deste trabalho contou com a participação do primeiro autor deste artigo, os professores foram alertados e somente a professora Cleide optou por aplicar simultaneamente os três problemas, fazendo adaptações em sala de aula.

A professora justificou que resolveu trabalhar naquela turma de uma maneira diferente daquela proposta na metodologia por perceber que os alunos estavam interessados em resolver os problemas. No momento do registro da solução na lousa, como a sala estava dividida em seis grupos, a professora solicitou que para cada problema, dois grupos deveriam expor a solução.

Os professores afirmaram que os alunos foram receptivos à experiência mesmo com alguma resistência inicial. Participaram desse momento movidos pela curiosidade em um ambiente diferente daquele das aulas de Matemática.

Após a entrega do problema, a etapa seguinte sugere uma primeira leitura individual realizada pelo aluno. Para Allevato e Onuchic, a ação nessa etapa deve ser do aluno que ao "ler individualmente, tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto" (2014, p. 45). A partir desse envolvimento do aluno com o problema, ao realizar a leitura proposta no enunciado, é que surgiriam as primeiras conjecturas para a resolução.

Em particular, na turma do professor Robson, após a leitura individual, ele questionou os alunos com relação aos possíveis modos de resolução e depois solicitou a formação de grupos, o que foi feito de modo bem espontâneo. Fato observado também nas outras turmas. Os professores possibilitaram que os alunos se organizassem livremente.

Durante a resolução dos problemas os professores estiveram atentos às orientações da Metodologia relacionadas à "observar e incentivar". Enquanto os alunos resolviam os problemas, os professores, de modo geral, caminhavam pela sala observando e estimulando os alunos com perguntas. Quando se deparavam com decisões equivocadas, levavam os alunos a refletir com outros questionamentos, gerando uma nova tomada de decisão visando encontrar a solução para o problema.

Construída a solução, cada grupo socializou com os demais a resolução na lousa. O Professor Pedro anotou as etapas da Metodologia na lousa para que os alunos percebessem os encaminhamentos a serem seguidos e o que era esperado deles em cada momento.

Quando os alunos foram registrar a resolução, dois grupos apresentaram suas propostas e as demais respostas foram assinaladas pelo

professor. Nesse sentido, Allevato e Onuchic (2014, p. 46) orientam que "o professor estimule os alunos a compartilhar e justificar suas ideias". Constatamos que esse registro, realizado pelo professor, deveria ser uma ação dos alunos, oportunizando a avaliação do percurso que sugeriram, com o intuito de aprimorar suas ideias.

Com relação às dificuldades apontadas, somente o professor Pedro sinalizou entraves nas etapas da "plenária" e "busca do consenso". Ele ressaltou que para a realização dessas etapas houve necessidade de intervir para minimizar a timidez que atrapalhava o envolvimento dos alunos, fomentando a sua participação.

Na turma da professora Cleide foi observado que, alguns alunos que não demonstraram muito interesse nas aulas, ficaram envolvidos nas discussões em grupo procurando compreender os problemas propostos.

Allevato e Onuchic (2014, p. 46) mencionaram que na plenária, "[...] em um esforço conjunto, professores e alunos tentam chegar a um consenso sobre o resultado correto". Essas etapas caracterizam momentos que normalmente não são oportunizados pelos professores durante a aula. Nesse sentido, os alunos vivenciaram uma dinâmica nova e, diante disso, novas ações são exigidas do professor.

O professor Robson apontou como entrave o tempo insuficiente para realização de todas as etapas propostas pela metodologia em duas aulas de cem minutos. No entanto, as autoras dessa metodologia alertam que a as etapas não precisam ser todas realizadas em um mesmo dia.

Ao final de todas as etapas o professor Robson apresentou elementos importantes em sua avaliação da experiência:

Durante o planejamento, elaboramos o problema. Depois eu achei que poderia ter feito melhor. Depois que você finaliza todas as etapas, vai compreender como é. Para a solução [do problema], eu só me preocupei com o método da substituição, mas poderia indicar o método da adição, tentativa e erro, ter colocado tudo isso. Aluno nenhum chegou a esse método, porque ele não conhecia. Encontraram por tentativa e erro. Foi um avanço eles encontrarem [a resposta] assim. Em uma sala, eles conseguiram armar as equações. Isso já foi muito gratificante. Em minha opinião, foi um avanço. Não resolveram por sistema, foram por tentativa e erro (Registro verbal do Professor Robson).

Esses registros traduzem aspectos da reflexão do professor sobre a experiência de formação da qual participou. Ele avaliou que os problemas poderiam ser melhores. Outro aspecto relevante apontado pelo professor foi não ter previsto as diferentes possibilidades de resolução que poderiam ser mobilizadas pelos alunos reconhecendo que a maioria deles utilizou o método de tentativa e erro, e houve também aqueles que conseguiram construir as equações. O professor não considerou, a priori, que os alunos ainda não conheciam a resolução a partir de um sistema de equações no momento em que planejou e registrou as possíveis respostas apresentadas pelos alunos.

Com relação à avaliação, os professores sinalizaram que estiveram atentos a esse processo. Com a aplicação dos problemas, puderam acompanhar como cada aluno desenvolvia suas ações nas etapas propostas pela Metodologia, para que alcançassem a resolução do problema.

As perguntas que faziam entre eles, as discussões no trabalho em grupo e a vontade de explicar o que construíram coletivamente, na defesa da proposta de resolução, constituem aspectos da avaliação dos alunos realizada pelos professores. Sobre isso, apresentamos o que pontuou o Professor Pedro a respeito da avaliação, quando na turma do 8.º ano C vivenciou o ensino através da Resolução de Problemas:

Os alunos ficaram ansiosos para informar a resposta. O 8.ºC foi melhor que o 8.º A. São alunos que brincam e bagunçam, mas ficaram lendo o problema e buscando a solução. (Registro verbal do Professor Robson).

O Professor Pedro acreditou que essa experiência oportunizou revisitar compreensões e conceitos, levando à reflexão. Conforme Allevato e Onuchic (2014, p. 47), "[...] nessa metodologia o professor tem oportunidade de perceber constantemente as condições e conhecimentos que os alunos possuem, ajudando-os durante o processo, bem como os próprios alunos se percebem e se ajudam [...]".

Essas considerações das autoras foram percebidas pelos professores. O professor Pedro afirmou que:

É mais uma metodologia para se trabalhar em sala de aula. Ela proporciona que o professor saia dessa zona de conforto. Quando elabora a sua aula, você pensa: Será que o aluno vai aprender? Será que dessa maneira vai motivar? (Registro verbal do Professor Pedro).

Com essa experiência ficou evidente para os professores que o conhecimento que o aluno traz consigo, talvez em uma aula organizada com exposição de conteúdos, não pudesse ser identificado pelos próprios alunos, nem observados pelo professor.

#### Considerações finais

A análise realizada, tomando por base os registros escritos e verbais dos professores, nos permitiu compreender as contribuições dessa experiência para o seu desenvolvimento profissional.

O espaço escolar onde os professores se reuniram para planejar e refletir a respeito da experimentação dos problemas, já era um lugar consolidado pela própria dinâmica escolar. No entanto, as atividades realizadas neste espaço não aconteciam de maneira conjunta envolvendo todos os professores da área de Matemática.

A partir dessa experiência os professores perceberam a importância de planejar em um grupo no qual foi possível opinar, sugerir, questionar e refletir em relação à própria prática.

Em particular, os professores puderam refletir sobre o ensino de conceitos algébricos e compreenderam que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é uma proposta possível para organizar suas aulas.

Os encontros promoveram reflexão a respeito do trabalho que desenvolviam em sala de aula no qual o processo estava centrado na figura do professor, e não na do aluno, como sugerem as autoras da metodologia discutida.

Os professores perceberam que as dez etapas sugeridas nesta metodologia favoreciam a construção do conhecimento matemático pelo aluno, levando em consideração os conhecimentos já vistos por ele. A Metodologia promoveu a percepção da postura do professor como aquele que observa, estimula e orienta esse processo e, no momento oportuno, formaliza propriedades, conceitos e procedimentos do conteúdo matemático que está trabalhando. Perceberam também que, para consolidar o conteúdo matemático trabalhado, seria necessário propor novos problemas com o objetivo de fortalecer os conhecimentos ou agregar novos conhecimentos aos seus alunos nessa aprendizagem.

Para isto, o planejamento dos problemas deve ser realizado de maneira que possa oportunizar o ensino de sistema de equações do 1.º grau e que as dificuldades surjam de maneira crescente. Este fato foi evidenciado pelos professores que reconheceram que deveriam ter tido um maior cuidado com o planejamento dos problemas, de maneira especial com a linguagem utilizada nos enunciados.

Os momentos voltados à experimentação proporcionaram vivenciar na prática o que estruturaram durante o planejamento. Nesse momento, os professores vivenciaram em sala de aula àquilo que tinha sido discutido durante o planejamento. Avaliaram as dificuldades em controlar o tempo destinado a cada uma das etapas, o incentivo à proposta de resoluções e a formalização ao final do processo.

No entanto, também apontaram surpresas com o envolvimento dos alunos nas atividades, com poucas exceções. A nova reorganização da sala oportunizou o protagonismo dos alunos que debateram suas ideias, argumentaram, questionaram e algumas vezes discordaram até chegarem a um consenso entre os seus pares a fim de apresentarem uma resolução para cada problema.

Os momentos voltados à reflexão permitiu que os professores repensassem suas ações em sala de aula. O Professor Robson evidenciou que em uma de suas turmas, consideradas por ele sem comprometimento, os alunos participaram efetivamente das atividades propostas. O que não

aconteceu com a turma que sempre obtém os melhores resultados. Ele apontou que os alunos considerados por ele com "bom desempenho" tiveram dificuldades para compreender o problema e aqueles com "comportamento e postura inadequados" mostraram-se desafiados a buscar a solução.

Esses elementos denotam as novas possibilidades para o ensino de Matemática, promovendo discussões entre os alunos para que possam compreender os problemas, exigindo novas posturas de alunos e professores.

Os resultados dessa pesquisa podem servir de subsídios para um repensar do trabalho realizado nas escolas. Uma proposta que surgiu a partir dessa experiência foi utilizar essa Metodologia para o ensino de conceitos algébricos em um contexto em que os problemas fossem elaborados pelos alunos.

Esse movimento reorganizaria o espaço da sala de aula uma vez que o ensino estaria pautado naquilo que o aluno tem interesse em aprender, exigindo do docente uma boa articulação com os conhecimentos matemáticos para acatar as sugestões e propor novos problemas que dessem conta de oportunizar a aprendizagem de novos conceitos e conteúdos.

#### Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: porque Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andressa Maria. (org.) Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p.35-52.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148p.

CRECCI, Vanessa Moreira; FIORENTINI, Dario. Desenvolvimento Profissional de Professores em Comunidades com Postura Investigativa. Acta Scientiae, Canoas, v.15, n.1, p.9-23, jan./abr, 2013.

FERREIRA, Ana Cristina. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, Adair Mendes. PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. (org.), A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo de Carvalho. ARAÚJO, Jussara de

#### Adriano Santos Lago



Loiola. (org.), Pesquisa qualitativa em Educação Matemática, 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013, p.53-85.

IBIAPINA, Ivana Maria Lopes de Melo. Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimento. Brasília: Líber Livro, 2008. 136 p.

LAGO, Adriano Santos. Resolução de problemas e o ensino de sistema de equações do 1º grau: o trabalho colaborativo como estratégia de formação continuada de professores. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.

LOCHHEAD, Jack; MESTRE, José. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, Arthur; SHULTE, Alberto (org.). As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995, p.144-153.

NACARATO, Adair Mendes. GRANDO, Regina Célia. TORECELLI, Luana. TOMAZETTO, Miriam. Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processos de formação. In: NACARATO, Adair Mendes. PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. (org.), A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PIMENTA, Selma Garrido. Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, Selma; GHEDIN, Garrido Evandro (org.). Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neuza; MATOS, Ana. Álgebra no Ensino Básico. Ministério da Educação de Portugal. Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. Portugal, 2009. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/handle/10451/7105. Acesso em: 26 jun. 2016.

SANTOS, Aparecido dos. Formação de professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Appris, 2015.

SCHÖN, Donald. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, Antônio (Coord.). Os professores e sua formação. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SCHÖN, Donald. Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2000.