INTERFACES DA EDUCAÇÃO

Formação continuada: conhecimentos profissionais de um grupo de professores referente à conservação da área de figuras planas

In Service: professional knowledge of a group of teachers about area conservation in plain Figures

Angelica da Fontoura Garcia Silva[1]

Jacqueline de Melo Gomes[2]

Resumo
O objetivo deste estudo é analisar os conhecimentos sobre a conservação de área e sobre seu ensino apresentados por 30 professores que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental durante sua participação em um processo formativo. Para a análise dos dados, utiliza-se estudos que discutem questões ligadas aos saberes do professor para o ensino e investigações sobre a conservação de área de figuras planas. A pesquisa mostra que os docentes ampliaram a base de conhecimentos para o ensino da ideia de conservação de área, especialmente em relação à identificação da necessidade de oferecer vivências aos estudantes que lhes permitam refletir mais sobre a invariância da área. Os dados aqui expostos revelam a importância de ações formativas que não só propiciem aos participantes experienciar situações de aprendizagem que envolvam conceitos que ensinarão, mas também lhes ofereçam o contato com resultados de pesquisa sobre o tema.

Palavras-chave: Ensino de conservação de área. Formação Continuada de Professores. Professores que lecionam Matemática para os anos iniciais.

Abstract
The objective of this study is to analyse of the knowledge about area conservation and its teaching presented by 30 teachers who teach

---

[1] Professora do programa de pós graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, doutora pela em Educação Matemática pela PUC_ SP e mestre em História política e Sociedade pela PUC_ SP. E-mail: angelicafontoura@gmail.com

[2] Doutora em Educação Matemática pelo Universidade Anhanguera de São Paulo. Trabalha hoje na Faculdade de formação de professores da Mata Sul- FAMASUL. jacquelinemelogomes17@gmail.com

Mathematics for the initial years of the elementary school during their participation in a formative process. In order to analyse the data collected, we are used studies that discuss issues related to the teaching knowledge of teachers and investigations on the issue of area conservation in flat figures. The analysis showed that teachers expanded the basic knowledge for teaching the concept of area conservation, especially due to the recognition of the need to provide the students with experiences that enable them to reflect further on the non-variance of the area and its teaching. The data exposed here reveal the importance of formative actions that allow participants to experience learning situations related to the concepts they will teach, but also to put them in contact with the results of investigations about this issue.

Keywords: Area Conservation teaching. Teacher Ongoing Education. Teachers that teach Math for the initial years.

Introdução

Consideramos o papel do professor essencial no processo educativo e acreditamos que, para que esse profissional desempenhe suas funções com segurança, é necessário que desenvolva conhecimentos especializados para o ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Com base em Tardif (2002), ponderamos que tais conhecimentos são provenientes de diversas fontes; entre elas, situa-se a formação continuada, que corresponde ao cenário desta investigação.

Apoiados em Ball, Thames e Phelps (2008) e Serrazina (2012), pensamos ser importante que o professor tenha compreensão da Matemática que ensina e domine uma variedade de recursos metodológicos para a constituição da aprendizagem. Salientamos que é necessário pensar na formação docente e focar aspectos do que se ensina e de como fazê-lo, bem como propiciar ao professor experiências matemáticas iguais às solicitadas aos alunos, "pois só assim [ele] poderá cumprir uma das suas funções como professor de Matemática, a de fazer com que os seus alunos aprendam e apreciem a Matemática." (SERRAZINA, 2012, p. 2).

Tendo isso em vista, nesta publicação, procuramos responder a esta questão: quais conhecimentos revelam um grupo de professores que leciona Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental sobre conservação de área e seu ensino? Para isso, analisamos os saberes profissionais explicitados por 30 docentes de escolas públicas paulistas durante sua participação em um processo formativo.

Na próxima seção, apresentaremos a justificativa da escolha dessa temática e o aporte teórico que embasará a análise. Em seguida, exporemos o procedimento metodológico do estudo. Depois, partiremos para a análise e a discussão dos resultados. Esse caminho nos levará até as considerações finais do artigo.

Relevância e fundamentação teórica do estudo

Parece ser consensual que a ideia de medida é um dos conceitos mais importantes a serem desenvolvidos na escola. Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) discutem que tal ideia pressupõe a compreensão de que as unidades parciais são conservadas e podem ser combinadas de várias maneiras para formar conjuntos invariantes. Em consonância com as indicações de Piaget, Inhelder, Szeminska (1960), estudos como os de Douady e Perrin- Glorian (1989) e de Clements e Stephan (2004) discutem a importância de oferecer às crianças vivências que envolvam a reorganização de partes de uma figura para produzir outras com a mesma área por meio de recortes e colagem, situações que podem favorecer a compreensão do conceito de medida de área.

Todavia, estudos como os de Carpenter e Lewis (1976) e de Kamii e Kysh (2006) apontam que os alunos têm dificuldade em compreender a equivalência de área em figuras de diferentes formatos. Nesse contexto, consideramos que o professor tem um papel fundamental, pois ele pode propor experiências aos estudantes que favoreçam a discussão sobre a invariância ou a equivalência de áreas sob a ação das transformações. Acreditamos ser relevante tratar dessa questão na formação continuada do professor; por isso, analisamos os conhecimentos explicitados por um grupo de professores que lecionam Matemática para os anos iniciais sobre a ideia de conservação de área e sobre seu ensino durante uma formação. Nela, fizemos um levantamento dos saberes prévios dos participantes e discutimos com eles os resultados de pesquisas e suas vivências com atividades que se propunham a focar na conservação de área.

Concordamos com Ball, Thames e Phelps (2008) quando afirmam que a formação de professores precisa considerar as especificidades da disciplina que o professor ensinará. Esses autores definem os domínios necessários para o ensino de Matemática observando as seguintes categorias: conhecimento comum do conteúdo; conhecimento do horizonte do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo; conhecimento do conteúdo e dos estudantes; conhecimento do conteúdo e do ensino; e conhecimento do currículo. Neste artigo, analisamos as vertentes do *conhecimento comum* e *especializado do conteúdo* e do *conhecimento do conteúdo e do ensino*.

Ball, Thames e Phelps (2008) afirmam que o *conhecimento comum do conteúdo* se refere à habilidade do professor para resolver problemas em um contexto qualquer. Para os autores, o domínio desse tipo de conhecimento permite resolver com correção, detectar um erro em determinada resolução. Já o *conhecimento especializado do conteúdo* é empregado exclusivamente para o ensino e, mesmo sendo característico deste, não pertence ao conjunto de conteúdos a serem ensinados aos estudantes, isto é, faz parte dos saberes matemáticos indispensáveis ao professor para desenvolver o ensino. Constitui-se da habilidade não somente de entender os erros e os acertos dos estudantes, mas de verificar, analisar e justificar causas do ponto de vista da Matemática. Esses autores consideram que o *conhecimento do conteúdo e do ensino* estabelece uma relação entre a compreensão do conteúdo específico e das questões pedagógicas para o ensino, possibilitando levar em conta a forma como o professor planeja o ensino de determinado conteúdo.

Além disso, é importante salientar que, para além dessa categorização, os autores afirmam que essas categorias estão relacionadas entre si e que cabe ao professor selecionar os elementos específicos da ciência para que suas características se tornem aparentes para seus alunos. Dessa forma, acreditamos ser importante que os docentes que precisam ensinar a temática *área de figuras planas* conheçam a questão da invariância da área e reflitam sobre ela.

Procedimentos metodológicos da pesquisa

Esta investigação, de natureza qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1999), apresenta resultados de uma pesquisa de doutorado realizada com a participação de 30 professores que lecionam Matemática para os anos iniciais (GOMES, 2018). Desses docentes, 9 fizeram sua formação inicial em cursos de magistério de nível médio, 21 cursaram o Ensino Superior. Além disso, a maioria deles era experiente em sua profissão. Apenas 2 tinham menos de 5 anos de experiência; 8 possuíam entre 5 e 10 anos; 8, entre 10 e 15 anos; 5, entre 15 e 20 anos; e 10, entre 20 e 25 anos. Ademais, grande parte do grupo – 60% dos participantes – afirmou que, durante sua formação inicial, não participou de discussões sobre o tema *área e perímetro de figuras planas*; uma parcela, 30%, disse ter discutido esse assunto; e 10% não se lembravam de ter tratado desse conteúdo durante o curso.

A coleta dos dados aqui analisados foi realizada em três sessões de um processo formativo:

- Na primeira sessão, foi aplicado um questionário inicial aos 30 professores participantes que discutiu o tema *área e perímetro de figuras planas*. Esperávamos identificar as concepções desses professores sobre a temática apresentada e sobre seu ensino. Analisamos, neste artigo, como os professores resolveram uma das questões, cujo objetivo era o reconhecimento da conservação de área.
- Na quinta sessão, retomamos a questão apresentada no questionário inicial e estudamos os resultados de uma investigação com alunos que tratava da mesma temática.
- Na sexta sessão, alguns dos participantes expuseram e discutiram com o grupo os resultados encontrados por eles quando replicaram a pesquisa vista no encontro anterior.

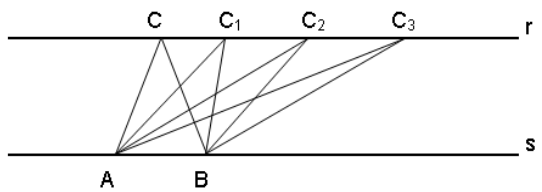
Os dados foram coletados nesses três encontros por meio de gravações em áudio e vídeo e registros dos protocolos das questões resolvidas durante o processo formativo. O próximo subitem – "Conhecimentos explicitados pelos professores sobre a conservação de área no questionário inicial" – descreverá as informações coletadas a partir das respostas registradas no questionário inicial (primeira sessão). A análise dos depoimentos dos professores ocorrerá no subitem “Professores discutem e refletem sobre a conservação de área durante o processo formativo”.

Conhecimentos explicitados pelos professores sobre conservação de área no questionário inicial

A finalidade da questão apresentada a seguir foi verificar se os participantes desta pesquisa compreendiam a conservação da área com o deslocamento do vértice *C* de um triângulo *ABC* isósceles, mantendo-se a altura. A questão foi inspirada em atividades propostas nos estudos desenvolvidos por Douady e Perrin-Glorian (1989).

Figura 1 – Questão 5 do questionário de entrada sobre conservação de área

5ª) Dadas as retas paralelas r e s e os pontos ABC localizados em r e s, é formado o triângulo isósceles ABC, ao deslocar o vértice C, temos:



a) Considere os triângulos ABC, ABC_1, ABC_2 e ABC_3. Qual deles tem a maior área? Justifique sua resposta.

b) Considerando os triângulos ABC, ABC_1, ABC_2 e ABC_3 . Qual deles tem o maior perímetro? Justifique sua resposta.

Fonte: Gomes (2018, p.123)

Esperávamos que os professores envolvidos neste estudo percebessem que, mesmo ao mover um dos vértices do triângulo *ABC*, suas áreas seriam preservadas. No caso do triângulo *ABC*, deslizamos o ponto *C* sobre as retas *r* e *s* paralelas, constatando que as várias figuras dos triângulos deformados possuem a mesma área, pois são conservadas a mesma altura e a mesma base. Esse problema tem como base o teorema em ação, proposto por Baltar (1996), em torno das dificuldades apresentadas pelos alunos na dissociação das variações de área e perímetro.

Analisando os protocolos produzidos pelos professores para responder à questão apresentada na Figura 1, constatamos que 14 afirmaram que os 3 triângulos possuem áreas iguais. Três apresentaram justificativas: 1 considerou que as áreas são iguais por terem mesma base e mesma altura (Professor B); o Professor B1 apoiou-se na fórmula de área do triângulo e afirmou que “todos têm a mesma área, basta calcularmos a base vezes a altura e dividirmos por dois”; o Professor E registrou que os lados estavam em retas paralelas. Na justificativa dada pelo Professor E, verificamos sua percepção em relação ao paralelismo das retas em que estão contidos os triângulos; no entanto, ele não demonstrou perceber a igualdade das bases desses triângulos.

O Professor S considerou que as áreas dos triângulos são iguais, porém não expôs de modo claro o que motiva a relação de igualdade entre as áreas. Supomos que, ao afirmar “ocupa o mesmo espaço”, esse professor estivesse percebendo apenas o espaço ocupado pelos triângulos entre as retas *s* e *r*.

Na investigação de Chiummo (1998), um grupo de professores, formado por 14 investigados, afirmou que as áreas dos triângulos deformados são diferentes e não percebeu a conservação delas. Os resultados encontrados neste estudo foram igualmente percebidos por Chiummo (1998) em atividades semelhantes a essa questão. Professores envolvidos em sua pesquisa também disseram que as áreas dos triângulos eram diferentes e tiveram que calcular a área de cada um para comprovar a igualdade.

O Professor Y relacionou a área com os ângulos e concluiu, de forma equivocada, que o triângulo *ABC* é o de maior área, uma vez que “os três ângulos do triângulo ABC são maiores.” Além das justificativas apresentadas pelo Professor Y, encontramos outras igualmente apoiadas na visualização, como é o caso desta: “O que tem maior área é o triângulo ABC.” O Professor I, na Figura 2, por exemplo, apresentou uma concepção visual da figura.

Figura 2 – Questão 5: Protocolo Prof. I

A maior área é ABC, pois olhando parece ser maior.

Fonte: Acervo da pesquisa.

A segunda parte da proposta foi direcionada ao questionamento do perímetro dos triângulos *ABC*, ABC_1, ABC_2 e ABC_3. Ao responder a ele, 81% dos professores investigados afirmaram que o triângulo ABC_3 possui maior perímetro, porém não justificaram de modo satisfatório o que fundamentava essa afirmação. Os professores J e Y faziam parte desse grupo. No entanto, há algumas confusões em seus argumentos, conforme observamos nos protocolos evidenciados nas Figuras 3 e 4.

Figura 3 – Questão 5: Protocolo do Prof. J

Maior perímetro ABC_3 justificando pelo maior espaçamento dos pontos

Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 4 – Protocolo do Prof. Y

Isósceles = 2 l =
escaleno = ≠
equilátero - 3 l =

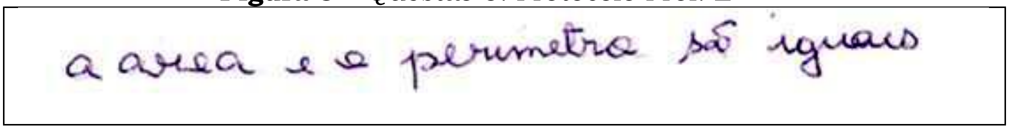
ABC_3 - qnto mais distante o vértice estiver da base, maior o perímetro e menor a área. O triângulo apresenta 2 dos ângulos menores.

Fonte: Acervo da pesquisa.

Observamos que o Professor J apresentou uma ideia ligada à distância dos vértices que compõem o triângulo ABC_3. Julgamos que esse professor atribuísse essa distância ao comprimento de seus lados. Já o Professor Y, mesmo identificando o triângulo ABC_3 como o de maior perímetro, confundiu-se ao relacionar o perímetro com as áreas e fez uma comparação equivocada relativa aos vértices e aos ângulos dos triângulos.

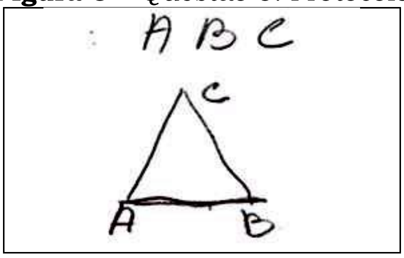
O Professor E, por sua vez, como mostra a Figura 5, revelou não compreender os conceitos de área e perímetro ao afirmar que as figuras possuem áreas e perímetros iguais. Douady e Perrin-Glorian (1989, p. 7, tradução nossa) também constatam esse tipo de erro: em sua pesquisa, os alunos participantes afirmaram que, “se duas superfícies têm o mesmo perímetro, têm a mesma área.” O Professor A também apresenta o mesmo equívoco, pois indicou uma resposta comum às duas questões, a que tratava da conservação das áreas dos triângulos e a que pedia o maior perímetro, como podemos ver na Figura 6.

Figura 5 – Questão 5: Protocolo Prof. E



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 6 – Questão 5: Protocolo Prof. A



Fonte: Acervo da pesquisa.

As confusões percebidas nas respostas dos professores E e A deixam ver uma compreensão equivocada das relações de área e perímetro. Suas afirmações não envolviam propriedades inerentes aos dois conceitos.

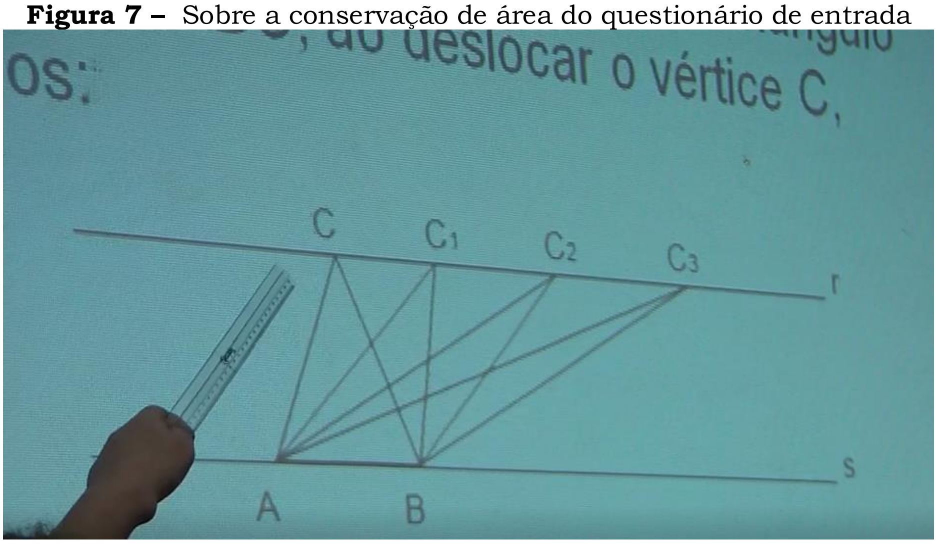
Douady e Perrin-Glorian (1989, p. 25, tradução nossa) constatam em seus estudos que os alunos, para confrontar as áreas de superfícies planas, “recorrem às deformações contínuas das superfícies dadas e têm a tendência de amalgamar a conservação das áreas e aquela dos comprimentos dos lados em tais deformações.” As autoras concebem que os alunos têm dificuldades em “dissociar essas transformações da rotação em torno de um vértice que conserva comprimento e área.” (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 29, tradução nossa).

Analisando os dados por meio do ponto de vista de Ball, Thames e Phelps (2008), consideramos que as dificuldades detectadas em relação à identificação da invariância da área podem repercutir no ensino. As dificuldades encontradas podem estar relacionadas à pouca familiaridade com outros olhares para o cálculo de área, uma vez que a maior parte dos docentes investigados utilizou somente a visualização para responder à questão. Isso nos parece preocupante, uma vez que, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), o *conhecimento do conteúdo e do ensino* precisa relacionar o saber matemático com o modelo da instrução. Nesse sentido, para que os professores organizem o conteúdo *área de figuras planas* e decidam como introduzi-lo em seu ensino, é importante que tenham consciência de que a conservação de área é fundamental para a construção do conceito (CLEMENTS; STEPHAN, 2004).

Professores discutem e refletem sobre a conservação de área durante o processo formativo

Numa das sessões de formação, retomamos o item que foi respondido pelo grupo no questionário de entrada que também tratava desse tópico. Nela, foi possível perceber que os professores também pareciam encontrar dificuldades. Relembramos ao grupo que a questão tratava de três pontos *ABC* fixados entre duas retas paralelas *r* e *s*, formando um triângulo isósceles *ABC*, que, ao deslocar um de seus vértices, no caso, o vértice *C*, têm a mesma base, segmento *AB*, como observamos na Figura 7:

Figura 7 – Sobre a conservação de área do questionário de entrada



Fonte: Acervo da pesquisa.

O objetivo dessa atividade era verificar se os participantes identificariam que todos os triângulos tinham a mesma área. A formadora procurou dialogar com o grupo de professores sobre as propriedades da figura.

> Formadora: *Observando as retas* r *e* s, *temos os pontos* A, B, C, *sendo C localizado na reta* r *e os pontos* A *e* B, *em s, formando, assim, o triângulo isóscele* ABC, *mas por que é mesmo isósceles?*
> Grupo: *Porque dois lados têm a mesma medida e o outro lado medida diferente.*
> Formadora: *Então, qual é o lado diferente nesse triângulo?*
> Grupo: *A base ou lado* AB .
> Formadora: *Agora, olhando para a imagem, qual desses triângulos vocês acham* [que] *possuem maior área? No questionário do primeiro dia, o que vocês acharam?*
> Prof. B: *Se eu não me engano, eu percebi que a base e a altura eram a mesma e a área era a mesma.*
> Prof. G: *Eu errei, fui pela minha intuição.*
> Formadora: *Mas tem algum que dá a impressão que ABC tem área maior?*
> Prof. G: *Sim, eu coloquei o triângulo* ABC.
> Prof. L: *Acho que eu pensei no* ABC_3.
> Prof. B: *Aqui, as aparências podem enganar, não acha?*
> Formadora: *Será? Então, para calcular a área de triângulos, o que precisa?*
> Vários integrantes do grupo: *Da base e da altura, basta multiplicar base* x *altura e dividir por 2.*
> Formadora: *Agora, observem aqui o que acontece com a base dos triângulos. Vejam,* [apontando com a régua] *aqui: ABC,* ABC_1, ABC_2, ABC_3. [O grupo foi acompanhando e repetindo].
> Grupo: *ABC,* ABC_1, ABC_2, ABC_3.
> Formadora: *O que eles têm em comum?*
> Prof. K: *A base* AB, *como o professor B mostrou.*
> Formadora: *Todos concordam?*
> Grupo: *Sim.*
> Formadora: *O outro vértice é diferente, mas tem alguma coisa que também é igual?*

O grupo seguiu discutindo, mas notamos que nem todos os participantes reconheciam que todas as figuras possuíam a mesma altura. A formadora pediu que retomassem a figura e procurassem medir e registrar as alturas dos triângulos. Isso possibilitou aos docentes reconhecer a equivalência entre as áreas. Ao final das reflexões, eles apresentaram depoimentos, reproduzimos alguns a seguir:

> Prof. M: *Vejo hoje que eu não enxerguei quase nada naquele dia que respondi* [referindo-se ao questionário respondido no primeiro dia de formação] *o que vocês perguntaram, mas, para fazer essas coisas, precisamos experimentar, ainda bem que tivemos tempo para isso, queria levar essas coisas para os meus alunos.*
> Prof. L: *Senti que, muitas vezes, é preciso a gente mesmo investigar para entender.*
> Prof. G: *Eu também demorei a ver que a base e a altura é a mesma. Incrível como a gente só usou o visual para responder. Aqui, nos anos iniciais, a gente só olha para a contagem de quadradinho ou para a fórmula pronta. Ali você precisava entender a fórmula.*
> Prof. A: *Eu acho que temos que mudar o foco. Colocar o aluno para investigar também.*

Sentimos que os professores sentiam a necessidade de propor atividades nas quais as crianças se deparassem com situações e experimentações que favorecessem a compreensão das fórmulas de área.

Na mesma sessão de formação, continuamos a discutir e a refletir sobre aspectos que perpassam as questões ligadas à conservação de área e a seu ensino a partir da leitura e da discussão do artigo "Comparando superfícies" (PIRES; CURI; CAMPOS, 2000). Tal estudo descreve uma situação desenvolvida em sala de aula por meio da qual foram investigadas hipóteses elaboradas por alunos da 2ª série (crianças de 8 anos de idade) quando era solicitado que, depois da manipulação de 10 quadradinhos de papel para compor e registrar figuras, respondessem qual das figuras teria maior área. Ao final da leitura e da discussão, alguns comentaram a atividade descrita:

> Prof. A: *Incrível como os alunos não perceberam, demoraram para perceber que todas as figuras tinham a mesma quantia de quadradinhos, não acham? Mas também penso que o que a gente fez quando respondemos*
> *àquela questão* [referindo-se à pergunta apresentada no questionário inicial] *foi mais ou menos a mesma coisa.*
> Prof. G: *Eu acho que isso que vimos no livro, isso das crianças não reconhecerem que eram os mesmos 10 quadradinhos, tem a ver com aquilo que o Piaget fazia, aquelas provas operatórias, vocês se lembram? A gente mostrava os objetos em fila e depois espaçava os objetos e perguntava se a quantidade era maior, menor ou o mesmo, vocês não acham?*
> Prof. E: *Eu acho que nossa dificuldade em perceber que os triângulos tinham a mesma área* [era] *porque tinham a mesma*

> *base e mesma altura também, é a mesma coisa, mas é mais complexo. As crianças só precisavam reconhecer que a quantidade era a mesma.*
> Prof. S: *Nossa, não tinha pensado nessa relação com a conservação de área, mas talvez essas crianças não estivessem no estágio operacional, não é?*
> Prof. G: *Eu nunca pensei em desenvolver essa capacidade dos alunos e acho que poderíamos fazer essa experiência com nossos alunos para ver se eles também têm a mesma dificuldade, vocês não acham?*

Aproveitamos esse momento para discutir com o grupo a existência de outras pesquisas – como as de Piaget, Inhelder, Szeminska (1960), Douady e Perrin (1986) e Clements e Stephan (2004) – que apontam a importância de o professor desenvolver com seus alunos propostas que envolvam a reorganização de partes de uma figura para produzir outras com a mesma área, uma vez que isso pode favorecer a compreensão desse conceito. O grupo concordou; e, depois de debater o tema, alguns dos professores se propuseram a desenvolver uma atividade próxima à proposta por Pires, Curi e Campos (2000). Para isso, o grupo construiu a situação exposta no Quadro 1.

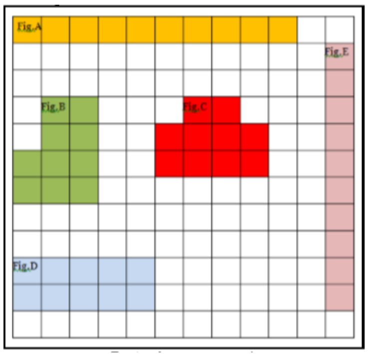
Quadro 1 – Atividade proposta pelos professores a ser desenvolvida em suas aulas

Entregue para cada aluno 10 quadradinhos feitos com papel espelho e peça que construam o piso de uma casa, utilizando-os sem deixar espaço entre eles.

Em seguida, entregue uma malha quadriculada para que, em grupo, representem os pisos encontrados.

- Após discutir e mostrar as representações, apresente o seguinte problema:

Um grupo expôs os pisos a seguir:



A proposta era perguntar aos alunos qual das representações ocupou maior espaço na malha e solicitar

	que eles identificassem qual era essa representação e justificassem sua escolha. Orientamos os participantes que haviam conseguido realizar a tarefa em suas salas de aula para que falassem da experiência vivenciada com seus alunos.

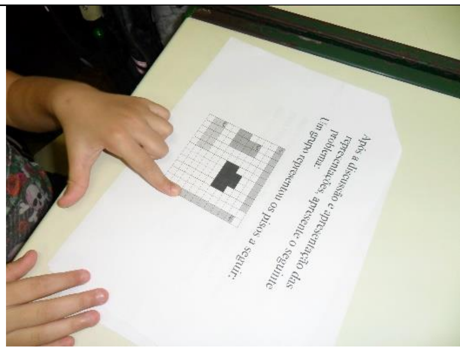
Fonte: Acervo da pesquisa.

Na sessão seguinte, uma professora do segundo ano relatou uma atividade desenvolvida por ela com base na proposta do último encontro. Ela descreveu que foram colocados os quadradinhos um ao lado do outro na carteira e que, antes de posicioná-los na malha, eles representaram a figura da mesma forma que expuseram na carteira. Também relatou o seguinte: "[...] *porém, quando pedi para indicar na atividade a identificação qual era a maior figura, a maioria mostrou que era a mais comprida. Vi que eles trazem muito forte a percepção, assim como nos enganamos também*" (Professora R). Esse momento está registrado nas Figuras 8 e 9.

Figura 8 – Atividade apresentada pela Prof.ª R

Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 9 – Atividade apresentada pela Prof.ª R



Fonte: Acervo da pesquisa.

A professora do quarto ano falou que realizou a atividade individualmente, mesmo sendo solicitado que fosse resolvida em duplas ou grupos, pois ele gostaria de observar as respostas de cada um de seus alunos (Figura 10). Ela contou: "*Primeiramente, eles construíram as figuras na carteira, depois foi pedido que fizessem a figura na malha.*".

Figura 10 – Atividade realizada pelos alunos do quarto ano

Fonte: Acervo da pesquisa.

A professora continuou seu relato afirmando:

> [...] *eu desenhei a figura na lousa e perguntei qual era a maior figura. Eu percebi que as crianças também demonstram seu pensamento intuitivo em afirmar que a figura maior é a mais comprida. Infelizmente, nenhuma criança conseguiu responder corretamente, todos erraram em suas respostas, e fiquei bastante chateada.* (Professora A)

É importante observar que os erros cometidos pelas crianças foram os mesmos vistos no caso de outras crianças, assim como descrevem Pires, Curi e Campos (2000). As autoras apresentam essa atividade desenvolvida por uma professora, que afirmou: "A maioria achou que a figura de maior área era a figura verde porque era mais comprida." (PIRES, CURI; CAMPOS, 2000, p. 251). Notamos que isso também ocorreu quando os professores analisaram tal situação ao responderem à mesma atividade durante o processo formativo. Nesse caso, foi possível perceber que o pensamento intuitivo pode favorecer ou não a compreensão de alguns conceitos matemáticos. Transcrevemos a seguir algumas falas dos professores sobre o ocorrido.

> Prof. G: *Acho que precisamos fazer mais isso, levar essas pesquisas para as nossas aulas, foi ótimo, pois a gente acha que explica tudo lá na frente e pronto, isso é difícil.*
> Prof. S: *Eu percebi que essas dificuldades das crianças são parecidas com as nossas. Talvez a escola não esteja atenta a esse fato, ou seja, mostrar ou mesmo fazer o aluno vivenciar situações em que ele possa reconhecer que as áreas são as mesmas.*
> Prof. B: *Concordo com vocês, por isso que esses cursos são importantes, na escola a gente não costuma discutir sobre essas coisas, lá a gente também não tem contato com essas pesquisas que vimos naquele livro* [referindo-se à publicação de Pires, Curi e Campos (2000), cuja leitura e discussão ocorreram no início do encontro anterior].

> Prof. B1: *Eu acho que nesse conteúdo temos que propor mais atividades como essa. A gente acha normal essa coisa da área se manter a mesma* [referindo-se à conservação de área], *mas isso, para a criança, não é imediato. Pensei agora naquele quebra-cabeças, o Tangram, a gente pode pegar algumas imagens daquela* [e] *pedir para eles montarem e depois perguntar se as áreas são as mesmas ou se são diferentes.*
> Prof. G: *Nossa, que boa ideia, podemos usar o Tangram mesmo. Eles adoram esse jogo e podemos discutir isso com eles.*

Analisando o ocorrido nas sessões do processo formativo aqui analisado, percebemos a ampliação dos conhecimentos profissionais dos participantes. Acreditamos que organizar a formação baseada em demandas e necessidades dos professores identificadas no questionário inicial e relacionar os resultados obtidos com a teoria e com os dados de outras pesquisas sobre o tema estimulou um olhar mais crítico para a prática pedagógica.

Considerações Finais

Em nossa busca por identificar os conhecimentos sobre o ensino de conservação de área na Educação Básica explicitados pelos professores antes de participarem do processo formativo, observamos que a maioria deles não compreendia a conservação da área com o deslocamento do vértice *C* do triângulo *ABC* isósceles por meio da conservação da altura. Esses resultados são semelhantes aos encontrados por Douady e Perrin (1986). Tal fato nos parece preocupante, uma vez que, além de ter esse conhecimento, é importante também que o professor reconheça a necessidade de seus alunos compreenderem tal propriedade.

Depois dessa constatação, as discussões e as reflexões, ocorridas na sessão que analisou as respostas dadas pelos professores e apresentou os resultados da pesquisa exposta por Pires, Curi e Campos (2000), ampliaram o olhar dos professores para tal necessidade. Entretanto, foi durante a exposição das experiências promovidas pelos professores em suas salas que grande parte desses profissionais observou que a invariância ou equivalência de área não é um conhecimento que se desenvolve de forma espontânea. Esses resultados evidenciam a necessidade de promover, tanto em formação continuada como em cursos iniciais, mais discussões sobre as ideias envolvidas na compreensão de área de figuras planas.

Referências:

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching. What makes it special? **Journal of Teacher Education**, [S. l.], v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'Ari de surface planes:** une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au colite. 1996. Thèse (Doctorat d'État en Didactique des Mathématiques) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora 1999.

CARPENTER, T. P.; LEWIS, R. The development of the concept of a standard unit of measure in young students. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, v. 7, p. 53-58,1976.

CHIUMMO, A. **O conceito de área de figuras planas:** capacitação para professores do ensino fundamental. 1998. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

CLEMENTS, D. H.; STEPHAN, M. Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In: CLEMENTS, D. H.; SARAMA, J. (ed.). **Engaging young children in mathematics.** Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2004. p. 299-317.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, [S. l.], v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.

GOMES, J. O. M. **Um processo formativo de professores de matemática**: (re) significação de conhecimentos para o ensino de área e perímetro nos anos iniciais do ensino fundamental. 2018. Tese (Doutorado) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo: 2018.

KAMII, C.; KYSH, J. The difficulty of "length×width": Is a square the unit of measurement? **Journal of Mathematical Behavior**, [S. l.], v. 25, p. 105-115, 2006.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. **The childs conception of Geometry.** London: Routledge and Kegan Paul, 1960.

PIRES, C. M. C.; CURI, E.; CAMPOS, M. M. **Espaço e forma**: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: PROEM, 2000.

SERRAZINA, M. de L. M. **Conhecimento matemático para ensinar**: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. Revista Eletrônica de Educação, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 266-283, maio 2012.

TARDIF, M. **Saberes docente e formação profissional**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.