

Experimentação-com-Scratch no processo de resolução de problemas matemáticos e computacionais

Experimentation-with-Scratch in the process of solving mathematical and computational problems

Rita de Cássia Idem¹

Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva²

George Gadanidis³

Resumo

A experimentação possibilita a exploração empírica de alguns conceitos matemáticos, valorizando diferentes formas de raciocínio e representação. Neste artigo, apresenta-se características da experimentação realizada por estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, ao se engajarem na resolução de problemas matemáticos e computacionais com uso do Scratch. O estudo se apoia nas ideias de Alan Schoenfeld, sobre a tomada de decisão em atividades orientadas por objetivos, e no construto seres-humanos-com-mídias, sobre o papel das mídias no pensamento e na produção do conhecimento. Os dados foram produzidos com duas duplas de estudantes que participaram de encontros de Experimento de Ensino, nos quais eles interagiram com simulações de construção de padrões para realizar diferentes atividades. Os registros produzidos foram gravações e diário de campo, também houve coleta da produção escrita dos estudantes. A análise ocorreu por meio de procedimentos qualitativos. A experimentação se deu por meio de teste e depuração de ideias, evidenciando a dinamicidade e o potencial de visualização da simulação. Como resultados, são apresentados quatro episódios críticos que evidenciam a maneira como estudantes experimentavam com números com sentido de localização, revelando seus entendimentos sobre números inteiros negativos; com sentido de ângulo, evidenciando seus entendimentos sobre o círculo trigonométrico; e com sentido de quantidade, explorados conjuntamente com ideias de contagem e de estimativa. Em conclusão, pontua-se que a experimentação possibilitou a exploração de conceitos matemáticos empiricamente, e a mobilização de diversos recursos, evidenciando o pensamento com a simulação.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Tecnologia Digital. Experimentação-com-Tecnologias.

Abstract

Experimentation enables the empirical exploration of some mathematical concepts, valuing different forms of reasoning and representation. This article presents characteristics of the experimentation carried out by students in the ninth grade of Elementary Education when engaging in solving

¹ Formada em Licenciatura em Ciências Exatas com habilitação em Matemática pela Universidade de São Paulo. Possui mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Rio Claro. Atualmente, é doutoranda do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP-Rio Claro Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática.

² Professor Associado do Departamento de Educação da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Campus São José do Rio Preto, SP (IBILCE). Docente do Programa de Graduação em Educação Matemática da UNESP (IGCE). Docente e coordenador Adjunto do Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos da UNESP (IBILCE-FEIS-FEG).

³ Professor da Faculdade de Educação da Western University, Ontário, Canadá, e membro do Fields Institute for Research in Mathematical Sciences. Tem dedicado de 50 a 60 dias do ano em salas de aula para desenvolver pesquisa em colaboração com professores, buscando oferecer melhores experiências matemáticas para crianças. Suas pesquisas exploram interlocuções envolvendo educação matemática, tecnologias e artes, visando promover, para estudantes e professores, experiências voltadas ao prazer relacionado à surpresa e ao insight matemático.

mathematical and computational problems using Scratch. The study is based on the ideas of Alan Schoenfeld, on decision making in goal-oriented activities, and on the humans-with-media construct, on the role of media in thinking and in the production of knowledge. The data were produced with two pairs of students who participated in Teaching Experiments meetings, in which they interacted with pattern-building simulations to perform different activities. The data produced were recordings and field diaries, and the students' written production was also collected. The analysis took place through qualitative procedures. The experimentation took place through testing and debugging of ideas, showing the dynamics and the potential of visualization of the simulation. As a result, four critical episodes are presented that show the way students experimented with numbers with a sense of location, revealing their understanding of negative integers; with a sense of angle, showing your understanding of the trigonometric circle; and with a sense of quantity, explored together with counting and estimation ideas. In conclusion, it is pointed out that experimentation allowed the exploration of mathematical concepts empirically, and the mobilization of several resources, evidencing thinking with simulation.

Keywords: Mathematics Education. Digital Technology. Experimentation-with-Technologies.

Introdução

As tecnologias digitais podem proporcionar possibilidades pedagógicas de abordagem da Matemática qualitativamente diferentes quando comparadas ao modelo transmissivo de ensino e ao uso de tecnologias tradicionais, como giz e lousa (BORBA; VILLARREAL, 2005; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014). Segundo Arzarello (2015), as tecnologias digitais possibilitam a exploração da natureza empírica da Matemática em contraste com sua natureza dedutiva. O autor aponta que integração das tecnologias digitais no ensino “[...] introduz uma dimensão ‘experimental’ em matemática e também uma tensão entre a *natureza empírica* das atividades com as tecnologias, o que engloba aspectos perceptivos e operacionais, e a *natureza dedutiva*, que implica uma formalização rigorosa e sofisticada.” (ARZARELLO, 2015, p. 7, grifo do autor).

A experimentação matemática envolve raciocínios intuitivo, indutivo e analógico em diferentes processos matemáticos, como a avaliação de conjecturas de modo numérico, visual ou gráfico, ou como a formulação de conjecturas, generalizações e conclusões baseadas na experiência (DE VILLIERS, 2010). No contexto digital, a experimentação-com-tecnologias pode envolver formulação, teste ou prova de conjecturas baseados em diferentes representações matemáticas (BORBA; VILLARREAL, 2005) e apoiados pela dinamicidade da tecnologia e pelo seu caráter visual e simulatório (BORBA; SCUCUGLIA; GANDANIDIS, 2014).

Nesse contexto, este artigo objetiva apresentar características da experimentação realizada por estudantes de nono ano do Ensino Fundamental ao se engajarem na resolução de problemas matemáticos e computacionais. Os dados apresentados se referem a resultados de

uma pesquisa que busca compreender o processo de resolução de problemas em um ambiente digital composto por elementos matemáticos, computacionais e estéticos. Para entender esse processo e a experimentação, nos baseamos nas ideias de Schoenfeld (2011) sobre a tomada de decisões em atividades orientadas por objetivos e no construto seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), que busca enfatizar o papel das mídias na produção do conhecimento (matemático). A seguir, apresentamos o aporte teórico do estudo e, em seguida, discorreremos sobre seus aspectos metodológicos.

1. Referencial Teórico

De acordo com Schoenfeld (2011), a tomada de decisão é condicionada por recursos, objetivos, orientação e aspectos metacognitivos dos sujeitos. O autor considera que esses elementos podem ser utilizados para entender diversas atividades em situações rotineiras ou não, como a resolução de problemas, a prática docente ou o ato de cozinhar.

Os *recursos* englobam os conhecimentos do sujeito, ou seja, o conjunto de informações sobre fatos, procedimentos e estratégias à sua disposição. Essas informações têm caráter subjetivo, pois podem ser consideradas corretas pelo sujeito, mas serem incorretas do ponto de vista científico. Esses recursos englobam os conhecimentos prévios dos sujeitos e aqueles que são transformados e produzidos na realização da atividade.

O *objetivo* nessa perspectiva é a meta que o sujeito almeja alcançar com a realização da atividade. Essa meta pode ser consciente ou não, e ocorrer de forma iterativa, com o estabelecimento de subobjetivos intermediários para a sua realização.

A *orientação* do sujeito é sua visão de mundo, englobando seus gostos, crenças, preferências, valores e preconceitos. Essa característica leva em consideração que a tomada de decisão não é fruto apenas do que o sujeito sabe, mas de toda sua vivência, cultura e formação pessoal. Particularmente no contexto da Matemática, as crenças dos indivíduos sobre sua capacidade de lidar com essa área do conhecimento é determinante nos processos de aprendizagem e de resolução de problemas (SCHOENFELD, 1985).

Além dos elementos supracitados, Schoenfeld (2011) explica que a tomada de decisão é influenciada pela maneira como o sujeito avalia a implementação de ações por meio do monitoramento e da autorregulação. Essas características compõem os *aspectos metacognitivos*, entendidos como maneiras conscientes de controlar a cognição.

Entendemos que as atividades em que os participantes do presente estudo se engajaram podem ser compreendidas por meio dos elementos evidenciados por Schoenfeld (2011). Além disso, buscamos destacar o papel das tecnologias digitais na realização dessas atividades. Nesse sentido, consideramos que as tecnologias condicionam a maneira como os indivíduos realizam atividades orientadas por objetivos, pensam e produzem conhecimento. Assim, acreditamos que o conhecimento é produzido por coletivos de seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005).

O construto teórico de Borba e Villarreal (2005) se baseia na ideia de que as tecnologias digitais não são capazes de suplementar e nem de substituir os seres humanos, mas que possibilitam a reorganização do pensamento humano (TIKHOMIROV, 1981). Ou seja, “Os seres humanos, ao interagirem com as mídias, reorganizam o pensamento de acordo com múltiplas possibilidades e restrições que elas oferecem.” (SOUTO; BORBA, 2016, p. 222). Além dessa característica, o construto se apoia na noção de pensamento coletivo, que enfatiza a característica coletiva da cognição, como aponta Lévy (1993, p. 135): “A inteligência ou a cognição são o resultado de redes complexas onde interagem um grande número de atores humanos, biológicos e técnicos.”.

A noção de seres-humanos-com-mídias, assim, destaca que as mídias não são neutras no pensamento e que ele se dá de modo coletivo, com a participação de atores humanos e não humanos (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014). Segundo, Borba e Villarreal (2005, p. 23, tradução nossa): “[...] essa noção é apropriada para mostrar como o pensamento é reorganizado com a presença das tecnologias de informação e que tipos de problemas são gerados por coletivos que incluem humanos e mídias como papel e lápis, ou várias tecnologias de informação.”.

Portanto, acreditamos que as ideias de Schoenfeld (2011) e de Borba e Villarreal (2005) se complementam e possibilitam entender a tomada de decisão em níveis cognitivo e tecnológico, considerando aspectos internos e externos do modo como os seres humanos pensam e produzem conhecimento. Os dados do estudo foram analisados à luz dessas ideias. A seguir, apresentamos os procedimentos metodológicos realizados.

2. Metodologia

Este estudo, desenvolvido por meio de uma abordagem qualitativa (CRESWELL, 2007), apresenta algumas características resultantes do processo de experimentação que

ocorreu por meio da resolução de problemas matemáticos e computacionais por estudantes do nono ano do Ensino Fundamental. Ele é um recorte de uma pesquisa que busca compreender o processo de resolução de problemas em um ambiente digital composto por elementos matemáticos, computacionais e estéticos. A pesquisa foi aprovada por Comitê de Ética (parecer 3.921.390).

Participaram deste estudo quatro estudantes de nono ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas municipais de uma cidade do interior do estado de São Paulo. Os dados foram produzidos por meio de encontros de Experimento de Ensino, nos quais os participantes, em duplas, se engajaram na resolução de problemas matemáticos e computacionais sobre padrões de repetição utilizando simulações construídas no Scratch.

No estudo mais abrangente, esses quatro estudantes fazem parte de um grupo de 12 estudantes: seis do oitavo ano e seis do nono ano. Optamos por realizar o estudo nessa etapa de ensino, pois as ideias matemáticas abordadas nas atividades – como representação no plano cartesiano, identificação de regularidades em sequências, entendimento da reta numérica e noções introdutórias de função – estão relacionadas a essa etapa, de acordo com o Currículo Paulista (SÃO PAULO, 2019).

Houve a opção pela participação de 12 estudantes no estudo por uma questão de exequibilidade. Inicialmente havia a intenção de realizar a pesquisa com apenas dez estudantes, mas todos os estudantes de oitavo e nono anos das duas escolas⁴ foram convidados a realizar as atividades da pesquisa no contraturno das aulas. Esses 12 estudantes, que constituem os participantes, foram os que manifestaram interesse e obtiveram autorização dos responsáveis para tal. Nesse sentido, os participantes do estudo constituem uma amostragem por conveniência (PATTON, 2002). Neste artigo, apresentamos os dados produzidos junto às duas duplas supracitadas, pois apresentam semelhanças em relação às características resultantes de seu processo de experimentação.

O Experimento de Ensino (EE) (STEFFE; THOMPSON, 2000) é um procedimento metodológico que objetiva possibilitar que o pesquisador estude o conhecimento e o raciocínio matemático do estudante, a partir da perspectiva desse sujeito. O EE ocorre com a realização de encontros com um ou mais estudantes, nos quais, o pesquisador assume o papel de professor e propõe diferentes atividades matemáticas. Além disso, o pesquisador-professor interage com os participantes de modo intuitivo e responsivo, os incentivando a externalizar

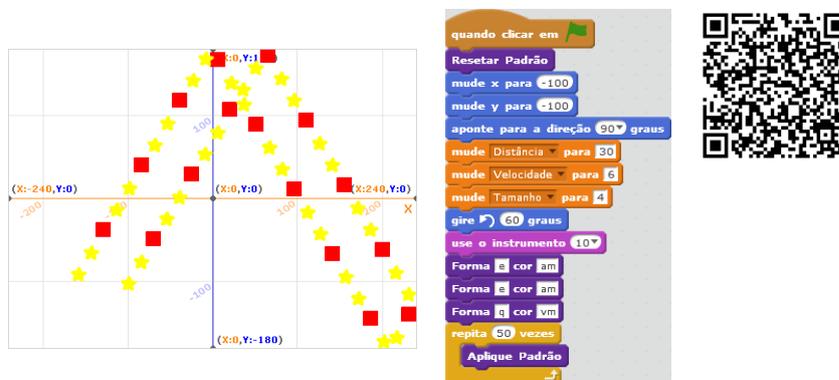
⁴ As escolas foram indicadas pela Secretaria de Educação e Cultura do município em que se deu a coleta de dados.

seus modos de pensar. Nos encontros, hipóteses de pesquisa podem ser testadas e, entre eles, reformuladas. Desse modo, na realização do Experimento de Ensino houve uma intervenção pedagógica (DAMIANI *et al.*, 2013), conduzida pela pesquisadora, na qual os estudantes participantes foram convidados a explorar simulações e utilizá-las para resolver problemas.

Consideramos que simulação é um modelo digital que possibilita a experimentação e a análise de fenômenos reais ou imaginários. As simulações utilizadas nos encontros, que foram desenvolvidas no Scratch⁵, permitem a construção de padrões de repetição, entendidos como um tipo de padrão em que se é capaz de discernir uma unidade de repetição, “Ou seja, o padrão possui uma estrutura cíclica que pode ser gerada pela aplicação repetida de uma porção menor do padrão.” (LILJEDAHN, 2004, p. 26, tradução nossa).

Os padrões de repetição construídos pelas simulações são formados por elementos que possuem diferentes formas, cores e sons. Essa construção se dá por meio das modificações de diferentes parâmetros em blocos de programação visual que compõem os códigos das simulações. Na Figura 1 apresentamos um padrão construído por meio de uma simulação e seu código de construção; há ainda um código de acesso (*QR Code*) à imagem animada, que também pode ser acessada pelo link: <https://youtu.be/73dahW-6tYc>.

Figura 1 – Padrão de Repetição, Código de Programação e *QR Code*



Fonte: os autores.

Os participantes do estudo, no processo de resolução de problemas matemáticos e computacionais, podiam alterar o código de programação, como o apresentado na parte central da Figura 1, para produzir diferentes padrões de repetição. Nesse código apresentado é possível alterar a posição do primeiro elemento do padrão (blocos “mude x para []” e “mude y para []”), a direção em que ocorre a construção (bloco “aponte para a direção [] graus”), a distância entre os elementos do padrão (bloco “mude Distância para []”), a velocidade da

⁵ Programa que possibilita a construção de diferentes projetos por meio de uma linguagem de programação visual por blocos.

construção (bloco “mude Velocidade para []”), o tamanho dos elementos (bloco “mude Tamanho para []”), a angulação em que o padrão é construído a partir da direção (bloco “gire [] graus”) em sentido anti-horário, o instrumento musical em que os sons são emitidos (bloco “use o instrumento []”), as formas e as cores dos elementos (blocos do tipo “Forma [] cor []”) e quantidade de elementos (bloco “repita [] vezes {Aplique Padrão}”).

As simulações são adaptações de aplicativos em língua inglesa desenvolvidos por Gadanidis e Yiu (2017) que foram construídos na plataforma Blockly. Essa adaptação ocorreu como forma de possibilitar a interação com códigos de construção de padrões de repetição em língua portuguesa. Houve a opção pelo Scratch, para essa adaptação, porque sua programação visual por blocos foi considerada mais acessível que a programação proporcionada pelo Blockly.

No contexto da produção de dados, os participantes estiveram engajados na realização de diferentes atividades: 1) exploração de diferentes simulações, 2) resolução de problemas, por meio de modificação dos códigos dessas simulações e 3) construção de padrões de sua autoria. Nesses processos, os estudantes lidavam com ideias matemáticas, como representação no plano cartesiano, identificação de regularidades, reta numérica, ângulos, noção de função, operações com números inteiros e naturais e diferentes sentidos de números e suas representações. Também lidavam com *conceitos computacionais*, como sequência, *loop*, evento, paralelismo, dados, algoritmo; *práticas computacionais*, como ser incremental e iterativo (ser adaptável aos *feedbacks*), testar e depurar (testar ideias e corrigir os erros); e *perspectivas computacionais*, como expressão (entendimento da tecnologia digital como meio de produção), conexão (interação social) e questionamento (busca do entendimento da tecnologia digital) (BRENNAN; RESNICK, 2012).

Na realização das atividades, os participantes também exploravam elementos estéticos, entendidos como entidades de natureza sensorial e que podem despertar o pensamento sensível⁶ (BOAL, 2009). No contexto das atividades, os elementos estéticos foram as *formas* dos elementos dos padrões, das sequências e dos blocos do Scratch, as *cores* dos elementos dos padrões e dos blocos do Scratch, os *sons* – notas musicais – emitidos na construção de cada elemento do padrão e os *movimentos* das construções dos padrões.

Os participantes do estudo foram convidados a desenvolver atividades extracurriculares – comandadas pela pesquisadora no contraturno de suas aulas – para

⁶ Forma de pensamento que não utiliza meio simbólico e que está associado à criatividade, às sensações e aos sentimentos.

explorar a linguagem de programação visual em conjunto com conteúdos matemáticos. Essas atividades foram realizadas em duplas, de forma independente com cada dupla, nas escolas dos estudantes utilizando um computador, o Scratch e um roteiro de investigação⁷. Elas ocorreram em três encontros de duas horas cada. Esses encontros configuram o contexto da coleta de dados.

No primeiro encontro ocorreu a introdução à linguagem de programação visual, a exploração dos blocos da simulação apresentada na Figura 1, e a resolução de problemas de reprodução e a construção de padrões utilizando essa simulação. No segundo encontro houve a introdução à ideia de executar mais de uma simulação ao mesmo tempo (paralelismo), e a resolução de problemas de reprodução e a construção de padrões utilizando essa ideia. No terceiro encontro houve a exploração de uma simulação mais complexa, e a resolução de problemas de reprodução e a construção de padrões utilizando essa simulação.

Neste artigo, destacamos os dados produzidos durante a atividade de resolução de problemas. Nessa atividade, os participantes utilizaram a simulação (Figura 1) para reproduzir imagens solicitadas de padrões no Scratch. Entendemos como problema uma situação difícil para o sujeito, à qual ele se interessa em resolver e não possui um esquema pré-determinado de solução. Corroborando essa ideia, Zuffi e Onuchic (2007, p. 83) definem como problema “[...] qualquer situação que estimule o aluno a pensar, que possa interessá-lo, que lhe seja desafiadora e não trivial.”. No cenário do estudo, os problemas propostos eram de natureza visual, uma vez que os participantes deveriam reproduzir imagens de padrões no Scratch, necessitando da mobilização de conhecimentos matemáticos e computacionais para a solução. Nesse contexto, a resolução de problemas não é concebida como metodologia de ensino, mas como *atividade* que envolve desde o reconhecimento da situação do problema, tudo o que se mobiliza para solucioná-la, até o momento que o sujeito entende que sua solução está concluída. Nesse caso, cada problema apresentado ainda pode ser considerado como aberto, uma vez que existem diferentes formas de solução que dependem da interpretação visual do problema proposto. Assim, o processo de resolução dos problemas estava centralizado nas ações tomadas pelos estudantes.

A pesquisadora conduziu as atividades e atuou como mediadora, incentivando os estudantes a se questionarem e a pensarem (BULGRAEN, 2010), além de questioná-los sobre

⁷ Roteiro impresso com indicações para a realização das atividades. Nesse roteiro os estudantes eram incentivados a realizar registros escritos sobre as atividades realizadas, como explicar as modificações realizadas nas simulações e sistematizar os raciocínios utilizados na resolução dos problemas.

suas ações e raciocínios. Os dados foram produzidos por meio de gravações da tela do computador em que os participantes realizavam as atividades, gravação global das interações dos estudantes utilizando-se câmera de vídeo, gravação em áudio das conversas e falas, produção de diário de campo e coleta da produção escrita dos participantes. Esses dados foram analisados à luz de procedimentos qualitativos (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004; CRESWELL, 2007; BOGDAN; BIKLEN, 2007).

A análise e a interpretação dos dados ocorreram por meio das seguintes etapas: organização dos dados de todas as fontes; observação dos dados (observação de vídeos, escuta de áudios e leitura de registros escritos); textualização (descrição e transcrição de vídeos, áudios e registros escritos); identificação de unidades de descrição – entendidas como ações realizadas para atingir um mesmo objetivo – no material textualizado, combinando as diferentes fontes; interpretação das unidades de descrição de acordo com as ideias de Schoenfeld (2011); identificação de episódios críticos; e composição da discussão.

Nesse âmbito, episódios críticos são momentos significativos inferidos nos dados que colaboram para o alcance dos objetivos da pesquisa, podem ser situações “[...] que confirmam ou contradizem hipóteses de pesquisa; eles podem ser instâncias de vitórias cognitivas, esquemas conflitantes ou generalizações ingênuas; eles podem ser qualquer evento que seja de alguma forma significativo para a agenda de uma pesquisa.” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 22). Neste artigo, apresentamos episódios críticos que enfatizam características da experimentação realizada por estudantes de nono ano do Ensino Fundamental ao se engajarem na resolução de problemas matemáticos e computacionais. Esses problemas estavam diretamente relacionados à atividade de reprodução de padrões, nas quais os estudantes deveriam interagir e modificar as simulações para reproduzir determinadas imagens. Os episódios são apresentados e discutidos a seguir.

3. Resultados e Discussão

Para abordar os problemas propostos, os participantes se utilizaram da ideia computacional de *decomposição de problemas* (WING, 2006). Sendo assim, eles transformaram o problema mais complexo – reproduzir determinada imagem no Scratch – em problemas mais simples e fáceis de resolver, como determinar o local do primeiro elemento do padrão, depois determinar a angulação, em seguida, ajustar a quantidade de elementos e

assim por diante. A solução de cada problema mais simples ocorria por meio da experimentação.

A experimentação é um recurso (SCHOENFELD, 2011), mais especificamente, uma estratégia, que pode ser entendida como a forma pela qual o sujeito lida com etapa não familiar e dificultosa no processo de resolução de problemas (SCHOENFELD, 1985). Consideramos que estratégias são formas, métodos ou técnicas pelas quais os sujeitos abordam os problemas com intuito de solucioná-los.

No contexto do estudo, a experimentação ocorreu por meio da prática computacional de *teste e depuração* (BRENNAN; RESNICK, 2012) de ideias. Assim, dada a dinamicidade das simulações com as quais os participantes interagiam, eles testavam ideias que acreditavam que solucionariam os problemas que enfrentavam, avaliavam o resultado do teste de modo visual e numérico, e refinavam suas ideias, procurando erros ou modificando suas ideias iniciais.

A simulação no ambiente digital possibilitou uma reorganização do pensamento dos estudantes, de acordo com indícios obtidos pelos dados. As tecnologias não são neutras no pensamento e a introdução de uma nova tecnologia pode alterar a maneira como o pensamento e a produção de conhecimento ocorrem (BORBA; VILLARREAL, 2005). Nesse caso, as tecnologias introduzidas foram Scratch e computador e, ao utilizar as novas tecnologias, o coletivo participantes-com-simulação assumiu uma postura de experimentação. Nesse processo, os participantes interagiam com os códigos de programação e utilizavam conceitos matemáticos para resolver os problemas.

A experimentação ocorreu por meio da alteração de diferentes parâmetros no código de funcionamento da simulação. Para isso foi necessário que participantes entendessem e explorassem o algoritmo que deu origem ao código. Um algoritmo “[...] é uma abstração de um processo que recebe entradas, executa uma sequência de etapas e produz saídas para satisfazer um objetivo desejado.” (WING, 2010, p.1, tradução nossa).

Particularmente, em relação aos conceitos matemáticos, a experimentação ocorreu envolvendo valores numéricos utilizados nas entradas dos blocos. Para caracterizar a experimentação realizada pelos participantes da pesquisa, apresentamos quatro episódios críticos. Esses episódios oferecem diferentes perspectivas em relação à experimentação numérica, além de apresentarem o processo de tomada de decisão (SCHOENFELD, 2011) dos participantes ao pensarem com a simulação (BORBA; VILLARREAL, 2005),

englobando seus conceitos computacionais (BRENNAN; RESNICK, 2012) e seu algoritmo (WING, 2010).

O primeiro episódio lida com valores de pares ordenados (que exprimem uma ideia de localização), como os valores utilizados nos blocos “mude x para []” e “mude y para []”. O segundo episódio abrange valores de ângulos, como os utilizados no bloco “gire [] graus”. O terceiro e o quarto episódios abordam valores que expressam quantidade, como os utilizados no bloco “repita [] vezes {Aplique Padrão}”.

Assim, no primeiro episódio crítico, discutimos como a experimentação numérica evidenciou a relação dos participantes com os números inteiros negativos. No segundo episódio crítico, apresentamos como conhecimentos matemáticos sobre ângulos auxiliaram o processo de experimentação, condicionando possibilidades numéricas. No terceiro episódio crítico, discorremos sobre como o produto da contagem foi descartado e como o aspecto visual do ambiente digital fomentou o processo de experimentação. No quarto episódio crítico, enfim, discutimos como o processo de experimentação numérica se relacionou à estimativa de valores. Esses episódios são discutidos a seguir.

3.1. Experimentação Numérica com Valores de Localização

A dupla de participantes do nono ano, cujos pseudônimos são Adriana e Ariane, experimentou com números inteiros negativos, ao modificarem o bloco “mude y para []” no processo de resolução do problema de reprodução da Figura 2a e, mais especificamente, na resolução do problema de determinação da posição inicial do padrão (*decomposição de problemas*). Nesse episódio, as participantes haviam experimentado com diferentes parâmetros, quando 130 era o valor de y (bloco “mude y para []”) (Figura 2b). A participante Ariane, então, comentou que a posição inicial do padrão deveria ter como valor em y um número negativo, uma vez que ela entendia que essa posição deveria estar no quarto quadrante. A colega Adriana discordou. Mesmo assim, elas decidiram realizar a modificação para um número negativo, testando o valor -110 em y (Figura 2c). Ao observar a execução, Ariane avaliou que a modificação fora eficiente e que a solução estava próxima de ser atingida; a participante também passou a considerar como *objetivo* de construção a existência de quatro elementos do padrão entre a linha da abscissa e a borda lateral direita do campo de execução. Em seguida, elas fizeram as seguintes modificações em y: -120 (Figura 2d), -140 (Figura 2e), -90 (Figura 2f), -100 (Figura 2g), -80 (Figura 2h) e -70 (Figura 2i). Nesse

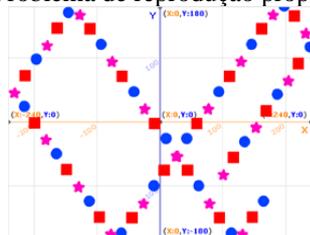
processo, também negociaram *objetivos* de construção, enquanto Ariane entendia que o primeiro elemento deveria ser o círculo azul (no padrão do problema proposto), Adriana considerou que deveria ser a estrela rosa; elas optaram por essa última característica. A seguir, apresentamos a transcrição da discussão realizada pelas participantes, em suas falas, podemos perceber que elas se referem aos números negativos desconsiderando o sinal. Em seguida, na Figura 2, apresentamos o problema proposto no roteiro de investigação (imagem de padrão que deveria ser reproduzida no Scratch) e os momentos supracitados da experimentação⁸, com imagens dos códigos e sua execução que foram obtidos por meio da gravação da tela do computador em que os participantes realizavam as atividades.

Ariane: [Y] Positivo começa aqui [no primeiro quadrante]. Tem que colocar menos.
Adriana: Está bem.
Ariane: Começa daqui [no quarto quadrante].
Adriana: Então aqui é negativo. O x negativo? Então muda.
Ariane: Não sei.
Adriana: Mas não está negativo ali, Ari.
Ariane: Porque, quando coloca menos aqui [no y], negativo, ele começa daqui [no quarto quadrante]. (Figura 2c)
Ariane: Está vendo, quando é negativo começa assim [no quarto quadrante]. E tem um, dois, três quatro [elementos] depois da linha [ou seja, quatro elementos entre eixo da abscissa e a borda na lateral no padrão do problema]. Está quase lá.
Adriana: Então, vamos colocar 120. (Figura 2d)
Ariane: Ele tem que começar aqui [do elemento círculo azul], para vir pra cá [para baixo].
Adriana: A gente pode começar daqui [do elemento estrela rosa].
Ariane: Tudo bem.
Adriana: Vamos pôr 140. (Figura 2e)
Adriana: A gente tem que diminuir.
Ariane: Sim, diminuir. Coloca 90. (Figura 2f)
Adriana: Agora vai.
Ariane: Quase, porque da linha até a bolinha tem que ter quatro [elementos].
Adriana: Vou colocar 100. Qualquer coisa a gente abaixa. (Figura 2g)
Adriana: Tem que abaixar. (Figura 2h)
Adriana: Quase.
Ariane: Coloca 70. (Figura 2i)

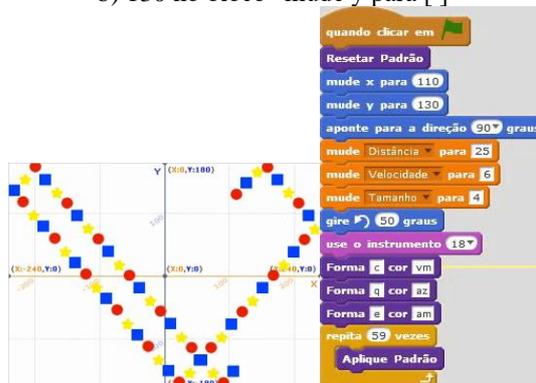
⁸ Nas imagens em que se apresenta a construção do padrão e o cursor do mouse sobre uma figura vermelha, no canto superior direito do campo de execução (Figuras 2e, 2g e 2h), significa que as participantes pararam a execução daquele programa, ou seja, não houve a reprodução de todos os elementos indicados no código. Nas figuras sem essa indicação, houve a execução completa do código.

Figura 2 – Experimentação com Números Inteiros Negativos

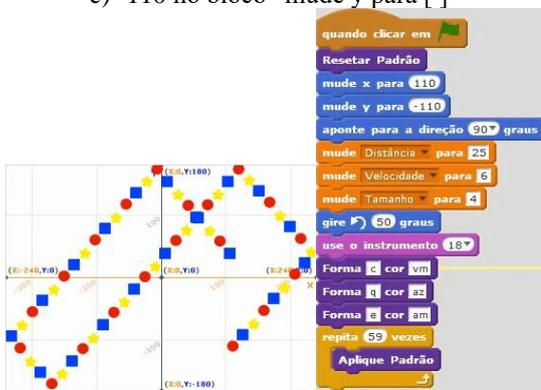
a) Problema de reprodução proposto



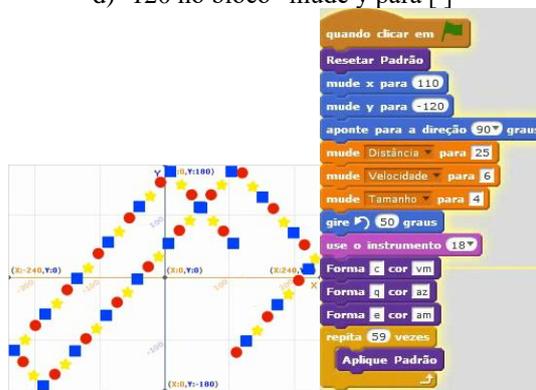
b) 130 no bloco “mude y para []”



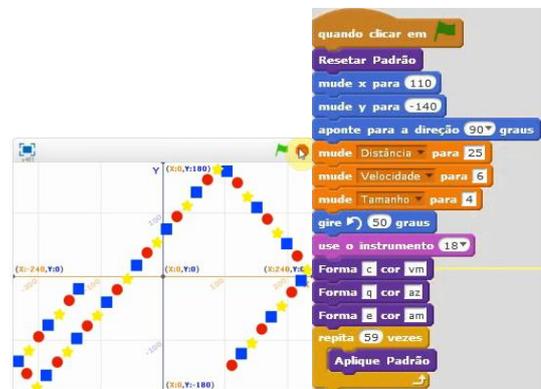
c) -110 no bloco “mude y para []”



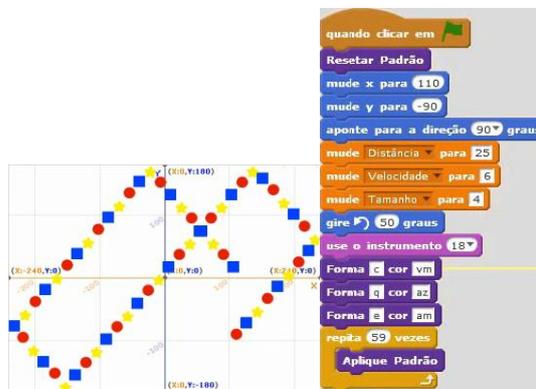
d) -120 no bloco “mude y para []”



e) -140 no bloco “mude y para []”



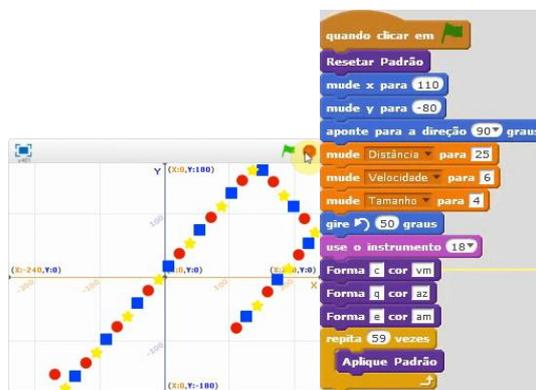
f) -90 no bloco “mude y para []”



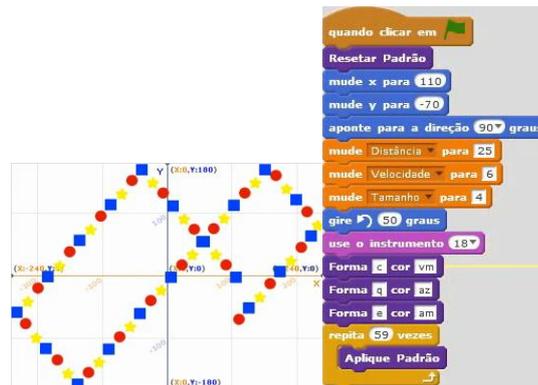
g) -100 no bloco “mude y para []”



h) -80 no bloco “mude y para []”



i) -70 no bloco “mude y para []”



Fonte: dados da pesquisa.

A experimentação-com-tecnologias, no sentido proposto por Borba e Villarreal (2005) e por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), perpassa pelo destaque acerca do estabelecimento de relações entre parâmetros dos comandos e as respectivas execuções no objeto construído. Processos de mesma natureza ocorrem com o uso de *software* de geometria dinâmica, por exemplo, e foram recorrentes no processo de experimentação-com-Scratch realizado por participantes da pesquisa.

Nesse episódio, podemos perceber a característica dinâmica e visual da experimentação, a partir da qual houve estabelecimento de relações entre diversificados parâmetros do código e a respectiva simulação do objeto (numérico-posicional, numérico-rotacional, movimentos, formas, cores, etc.). A dinamicidade e a visualização proporcionadas pela simulação, nesse caso, possibilitaram que as estudantes conseguissem realizar *o teste e a depuração* de ideias em relação aos números inteiros negativos. Nesse processo, ficou evidente o tratamento dado pelas participantes a esses números (*recursos*). Em suas falas, elas se referiram a eles sem pronunciar o sinal negativo e raciocinaram sobre as modificações, também desconsiderando o sinal. Nesse contexto, a representação dos valores por meio das figuras dinâmicas deu suporte para as modificações. Assim, a experimentação evidenciou o caráter empírico do tratamento dos objetos matemáticos.

Nesse caso, também se percebe a utilização do conhecimento (não convencionalmente aceito pela Matemática) das participantes para realização de testes, uma vez que modificar o valor de -140 para -90, ou de -100 pra -80, não é considerado uma diminuição do ponto de vista matemático. Para elas, entretanto, essas considerações faziam sentido e conseguiam solucionar as situações difíceis por meio do teste e depuração. Embora houvesse esse tratamento em relação às operações com números inteiros negativos, em termos de

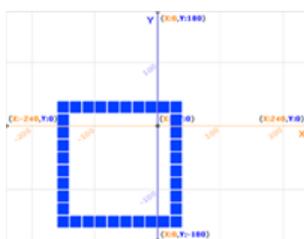
localização dessa classe de números no plano cartesiano, a participante Ariane entendia o local dos números negativos em relação à posição y. Nessa construção, há também um exercício da *orientação* das participantes no processo de resolução, uma vez que exprimiram suas preferências em relação às cores e formas (aspectos estéticos), e suas ordens, no padrão construído.

3.2. Experimentação Numérica com Ângulos

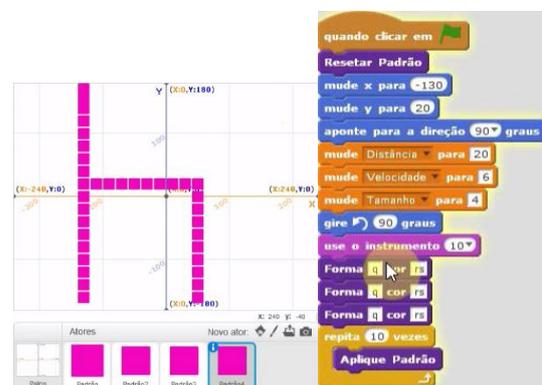
Alguns conceitos matemáticos sobre ângulos foram explorados no processo de experimentação realizado também pela dupla Adriana e Ariane. Nessa atividade, as participantes se engajaram na resolução do problema de reprodução proposto (Figura 3a) e, em específico, dos problemas referentes à inclinação de um dos padrões utilizado na reprodução e à sua posição (*decomposição de problemas*). Nessa etapa da construção, as participantes já haviam construído três padrões: dois padrões laterais verticais e um superior horizontal. O *objetivo* delas nesse momento era construir um padrão horizontal, para isso, elas testaram os seguintes valores de angulação (bloco “gire [] graus”): 90 (Figura 3b), 270 (Figura 3c) e 360 (Figura 3d). Ao satisfazerem o *objetivo* de construir um padrão horizontal, as participantes iniciaram experimentação com o valor de y do padrão (bloco “mude y para []”) para atingirem o *objetivo* de construir o padrão na posição inferior (Figura 3e). Na Figura 3, a seguir, apresentamos o problema proposto e os momentos supracitados da experimentação. Esse problema foi resolvido com a construção de quatro padrões e conseqüentemente quatro códigos; esse episódio ocorreu na construção do quarto padrão, e as imagens representam a execução simultânea de todos os códigos.

Figura 3 – Experimentação com Valores de Ângulo

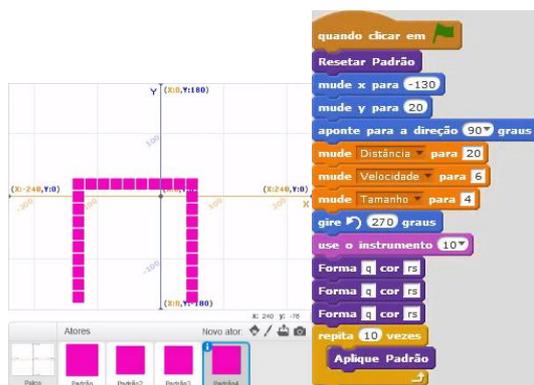
a) Problema de reprodução proposto



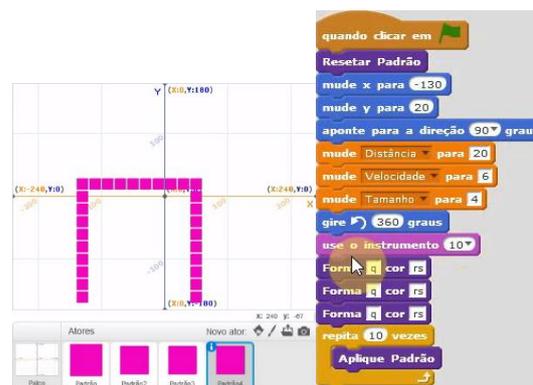
b) 90 no bloco “gire [] graus”



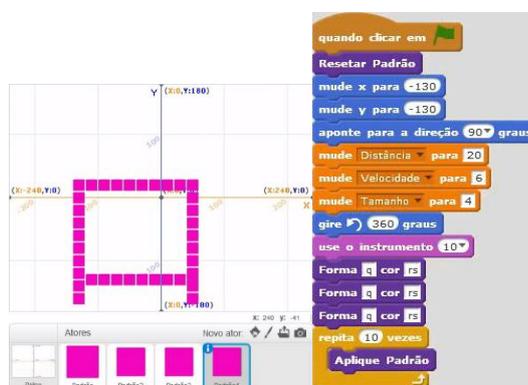
c) 270 no bloco “gire [] graus”



d) 360 no bloco “gire [] graus”



e) alteração no bloco “mude y para []”



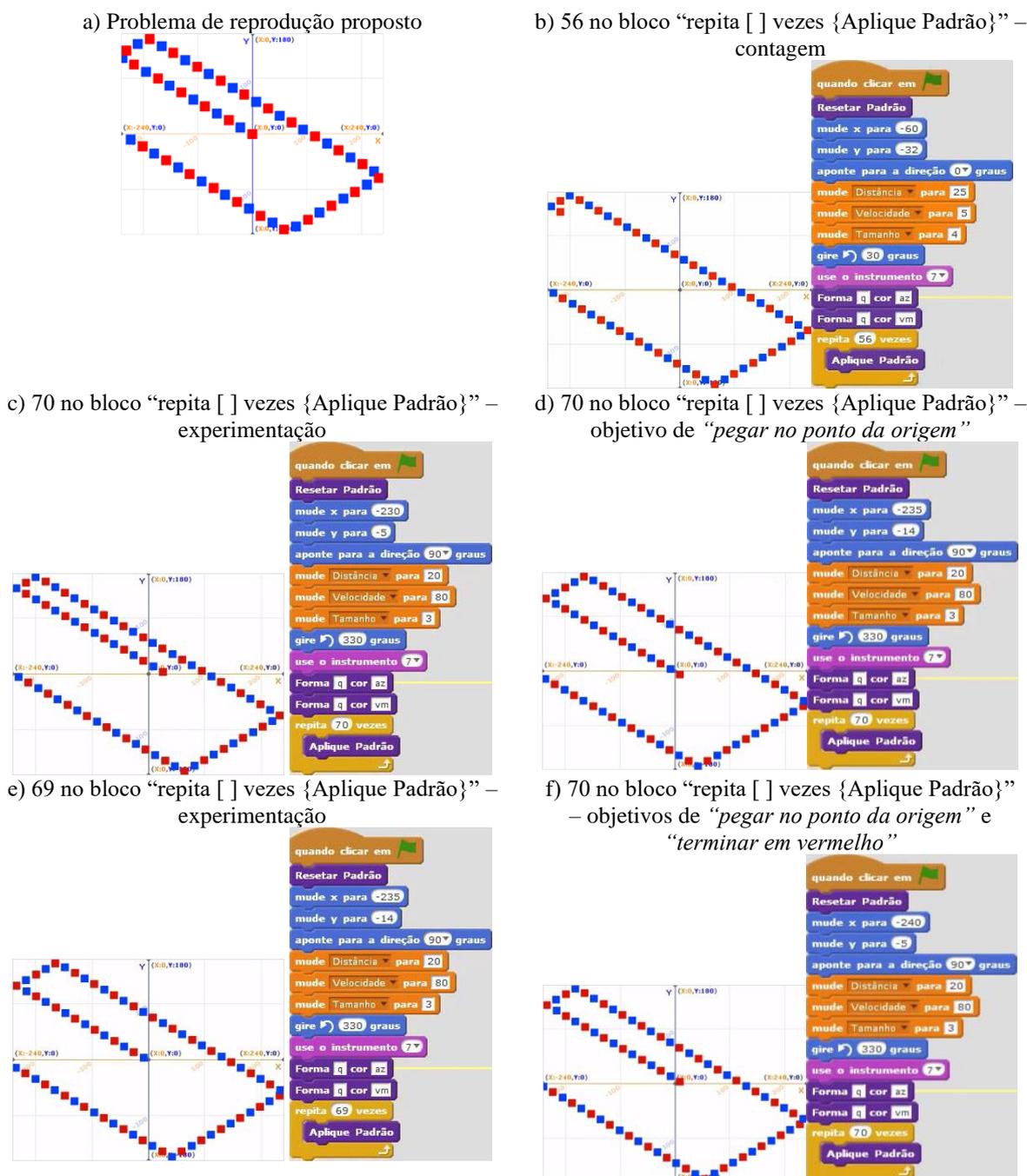
Fonte: dados da pesquisa.

Nesse episódio os participantes se embasaram em conhecimentos matemáticos (*recursos*) sobre ângulos para realizar a prática computacional de *teste e depuração* (BRENNAN; RESNICK, 2012). Considerando a sequência de valores experimentados – 90, 270 e 360 – percebe-se que não são valores aleatórios, mas os que permitem a construção de padrões verticais e horizontais e que dividem os quadrantes no círculo trigonométrico. Embora existisse conhecimento prévio desses valores, as participantes não tinham certeza de qual dos ângulos produziria o efeito desejado, realizando assim o teste, que foi possibilitado pela dinamicidade e visualização da simulação. Ao testar e depurar ideias, as participantes utilizavam *aspectos metacognitivos* para avaliar o resultado da execução (*monitoramento*) e decidir que ação tomar com base nessa avaliação (*autorregulação*) (SCHOENFELD, 2011). Nessa construção também se destaca o exercício das *orientações* das participantes na construção, pois, ao reproduzir a imagem do problema proposto, elas utilizaram uma cor de sua preferência, reproduzindo outras características que julgaram importantes.

3.3. Experimentação Numérica com Quantidades – Uso da Contagem

Neste episódio, uma dupla de estudantes do nono ano, com pseudônimos Caique e Yuri, se empenhou na determinação da quantidade de elementos do padrão do problema proposto (Figura 4a). No início da resolução do problema de reprodução, Yuri apontou: *“Vamos ver quantos têm que formar?”* e Caique respondeu: *“Conta quantos têm.”*. Por meio da contagem, os participantes verificaram que o padrão possuía 56 elementos, utilizando esse valor, realizaram modificação no bloco *“repita [] vezes {Aplique Padrão}”* (Figura 4b). Ao modificarem outros parâmetros, os participantes consideraram que o aspecto visual do padrão construído não correspondia ao padrão do problema proposto. Como solução, eles então começaram a experimentar com valores, com o intuito de satisfazer o aspecto visual. Nesse processo, eles utilizaram os valores de 60 e 65, mas não obtiveram o resultado esperado. Yuri sugeriu: *“Um pouquinho mais, 70, porque tem que pegar no ponto de origem.”*. Ao utilizarem o valor sugerido (Figura 4c), ainda não obtiveram o resultado esperado. Depois, testaram os valores de 68 e 69, mas não tiveram sucesso. Para solucionar a situação, os participantes decidiram modificar outros parâmetros para que o *objetivo* de *“pegar no ponto de origem”* fosse satisfeito. Mas, novamente os estudantes vivenciaram a mesma situação. Yuri, então, recomendou: *“Tenta 70 aqui.”* e eles realizaram a modificação (Figura 4d). Após observar o resultado ele sugeriu: *“Tenta 69”*. Mas, Caique entendeu que esse valor não era uma opção viável, ele disse: *“Não pode 69. Assim ele vai terminar em azul. Tem que ser número par para terminar em vermelho.”*. Os participantes testaram o valor 69 (Figura 4e), mas descartaram essa solução, Yuri disse: *“Tem que ser 70.”*. Eles modificam o valor para 70, para alcançar o *objetivo* de *“terminar em vermelho”* e também modificam outros parâmetros para atingir o *objetivo* de *“pegar no ponto da origem”* (Figura 4f). Na Figura 4, a seguir, apresentamos o problema proposto e os momentos supracitados da experimentação.

Figura 4 – Contagem e Experimentação



Fonte: dados da pesquisa.

Nesse episódio podemos observar o caráter dinâmico da experimentação. Inicialmente, os participantes se utilizaram da estratégia (*recurso*) de contagem, mas, como o apelo visual da simulação foi algo que teve destaque no processo de resolução, os participantes estabeleceram *objetivos* condizentes com essa característica. Esses *objetivos* vão sendo alterados à medida que ocorre a experimentação, por meio da avaliação (*monitoramento*) e alterações realizadas com base nesse processo (*autorregulação*) (SCHOENFELD, 2011). Essa

alteração de *objetivos* é também correspondente à prática computacional de *ser incremental e iterativo* (BRENNAN; RESNICK, 2012), uma vez que os participantes adaptam seus *objetivos* de acordo com os *feedbacks* visuais da simulação.

Inicialmente, os participantes estabeleceram como *objetivo* que o elemento extremo do padrão estivesse no ponto de origem do plano cartesiano. Após realizarem outras modificações, preferiram utilizar um valor de quantidade par para que outro *objetivo* fosse atingido, de que o elemento da borda tivesse a cor vermelha. Assim, esse episódio revela o caráter visual e dinâmico da simulação. Visual, porque dados referentes à contagem foram descartados em função do aspecto visual do padrão, além de que a avaliação da construção ocorria de modo visual; e dinâmico, porque os objetivos estabelecidos eram modificados a cada verificação do teste de ideias.

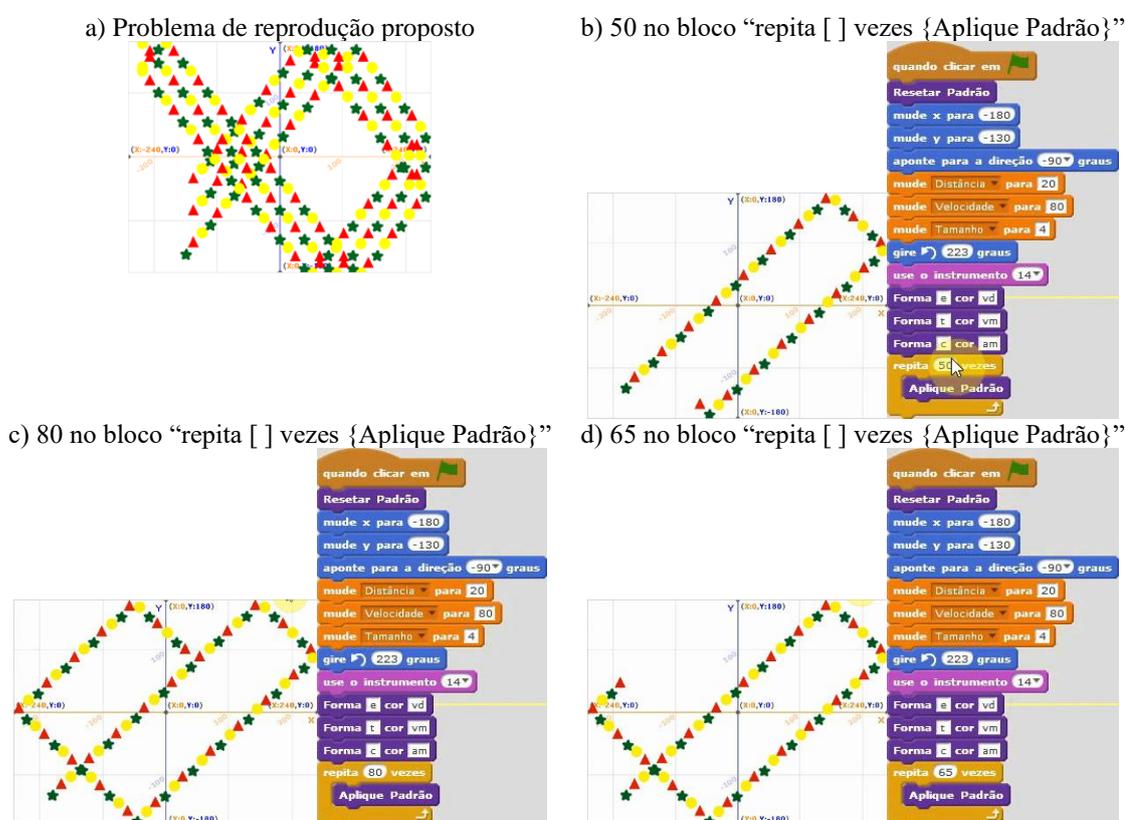
Nesse processo de experimentação, ideias matemáticas também permearam a modificação, no caso do *objetivo* de “*terminar em vermelho*”, os participantes consideraram que a quantidade de elementos do padrão deveria ser um número par. Isso evidenciou conhecimentos sobre números múltiplos, mais especificamente acerca da relação entre o núcleo do padrão – que tinha dois elementos (quadrado azul e quadrado vermelho) – e a quantidade de elementos do padrão. Houve, na realidade, uma articulação entre elementos matemáticos, computacionais e estéticos no processo de experimentação, envolvendo a identificação e construção de padrões e execução do código para resolução do problema (SCUCUGLIA *et al.*, 2020).

3.4. Experimentação Numérica com Quantidade – Uso de Estimativa

Na resolução do problema de reprodução proposto (Figura 5a), a dupla de estudantes Caique e Yuri se utilizou da estimativa para determinar a quantidade de elementos do padrão (problema mais simples – *decomposição de problemas*). Ao estabelecerem a alteração no bloco “*repita [] vezes {Aplique Padrão}*”, Yuri comentou que a contagem não seria uma estratégia viável, preferindo a estimativa. O participante disse: “*Repetição agora. Mas para eu contar isso aqui vai ficar difícil. Vamos estipular uns 50. Vamos ver o que acontece.*”. Os participantes utilizaram esse valor e realizaram modificações em outros parâmetros. Após essas modificações, os participantes observaram que o aspecto visual do padrão construído não era correspondente ao do padrão do problema proposto (Figura 5b). Caique observou: “*Ele fez isso, agora tem que fazer três milhões de vezes. Tem que mudar a repetição, porque*

ele tem que bater aqui [na borda lateral esquerda].”. Para resolver a situação, os participantes ajustaram a quantidade de elementos por meio da experimentação. Inicialmente testaram o valor 80 (Figura 5c), e Yuri concluiu: “Acho que foi muito [...] Não era para [o padrão] voltar. Então diminui a repetição”. Caíque, então sugeriu: “Antes estava 50, vamos colocar 65.”, e os participantes testaram o valor sugerido (Figura 5d). A seguir, apresentamos a Figura 5, que contém o problema de reprodução proposto e os momentos de experimentação supracitados. O problema proposto foi resolvido com a construção de três padrões e consequentemente três códigos; esse episódio ocorreu na construção do primeiro padrão.

Figura 5 – Estimativa e Experimentação



Fonte: dados da pesquisa.

Nesse episódio, a estimativa (*recurso – estratégia*) foi o ponto de partida para a experimentação numérica, ou seja, a estimativa foi utilizada conjuntamente à prática computacional de *teste e depuração* (BRENNAN; RESNICK, 2012). Ao constatar que a contagem não seria viável, os participantes exerceram a atividade estimativa, buscando um valor para a quantidade de elementos baseado na sua experiência numérica e na imagem do problema proposto. Uma vez estimado o valor, o caráter dinâmico e visual da simulação auxiliou o processo de refinamento numérico por meio da experimentação.

Considerações Finais

Os episódios apresentados evidenciam diversas características da experimentação ocorrida no processo de resolução de problemas visuais e computacionais. De modo geral, os problemas de reprodução (problemas complexos) foram decompostos em problemas mais fáceis de serem resolvidos, os quais foram solucionados por meio da experimentação, que ocorreu por meio da prática computacional de *teste e depuração* de ideias (BRENNAN; RESNICK, 2012), apoiada pela dinamicidade da simulação e pela visualização que a simulação possibilitava. Essas características foram centrais no tratamento empírico dado aos objetos matemáticos explorados, os diferentes elementos numéricos – números com sentido de localização (inteiros negativos), números com sentido de ângulo e números com sentido de quantidade.

O processo de experimentação evidenciou conhecimentos matemáticos dos participantes do estudo. Ao lidarem com números inteiros negativos, embora conseguissem identificar a localização desses números no plano cartesiano, as participantes descartavam o sinal, falando sobre esses números e realizando operações sobre eles, desconsiderando o sinal negativo. Ao experimentarem com valores de ângulos, os conhecimentos matemáticos auxiliaram na restrição de possibilidades para o teste de ideias. Além disso, conhecimentos referentes às relações entre quantidade de elementos e núcleo de padrão de repetição auxiliaram no estabelecimento de *objetivos* e, conseqüentemente, guiaram a experimentação.

No tratamento de números com sentido de quantidade, a experimentação ocorreu com base na contagem e na estimativa. Esses aspectos foram utilizados de forma introdutória à experimentação. No caso da contagem, o valor inicial obtido nessa ação foi descartado em função do aspecto visual, a experimentação, então, foi utilizada para atingir *objetivos* de construção estabelecidos por meio da visualização. Em relação à estimativa, esse aspecto iniciou a experimentação, que ocorreu como forma de ajustar a quantidade de elementos também considerando o aspecto visual.

A análise dos dados evidenciou um tratamento empírico de objetos matemáticos no processo de experimentação realizado pelos participantes do estudo, além de revelar como o coletivo participantes-com-simulação lidava com diferentes sentidos numéricos. Entendemos que a experimentação realizada não englobou aspectos da dimensão dedutiva da Matemática, como o teste e prova de conjecturas. Contudo, o ambiente digital explorado no estudo, composto pelas simulações construídas no Scratch, se mostrou um ambiente de rica

exploração de ideias matemáticas e computacionais de forma empírica, proporcionando a mobilização de diversos *recursos*, perpassando por vários *objetivos* e possibilidades de exercício da *orientação* e uso de *aspectos metacognitivos*, evidenciando o modo como os participantes pensavam com a simulação.

Por fim, destaca-se que os conceitos matemáticos são tratados e explorados de modos qualitativamente diferentes no contexto de experimentação com tecnologias digitais em comparação ao contexto tradicional do ensino de Matemática. Nesse sentido, aponta-se como trabalho futuro a possibilidade da investigação da temática na formação docente e na prática pedagógica, além da diversificação de conceitos matemáticos explorados e de tecnologias digitais empregadas.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001; do Programa Institucional de Internacionalização da CAPES (CAPES-PrInt); e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Processo: 428323/2018-9.

Referências Bibliográficas

- ARZARELLO, F. Prefácio. *In*: BAIRRAL, M.; ASSIS, A.; SILVA, B. C. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica: Edur UFRJ, 2015. p. 7-10.
- BOAL, A. **A estética do oprimido**. Rio de Janeiro: Garamond, 2009.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Qualitative Research for Education: An Introduction to Theory and Methods**. 5. ed. Boston: Pearson, 2007.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, visualization, and experimentation**. New York: Springer Science, 2005.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BRENNAN, K.; RESNICK, M. New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. *In*: ANNUAL MEETING OF THE AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, 70., 2012, Vancouver. **Proceedings [...]**. Vancouver: AERA, 2012. p. 1-25.
- BULGRAEN, V. C. O papel do professor e sua mediação nos processos de elaboração do conhecimento. **Revista Conteúdo**, Capivari, v. 1, n. 4, p. 30-38, 2010.

- CRESWELL, J. W. **Qualitative Inquiry & Research Design: Choosing Among Five Approaches**. 2. ed. Lincoln: Sage, 2007.
- DAMIANI, M. F. *et al.* Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, v. 45, p. 57-67, mai./ago. 2013.
- DE VILLIERS, M. Experimentation and Proof in Mathematics. In: HANNA, G.; JAHNKE, H. N.; PULTE, H. (ed.). **Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and educational perspectives**. New York: Springer, 2010. p. 205-221.
- GADANIDIS, G.; YIU, C. **Repeating Patterns + Code + Art** 2017. Disponível em: <https://mathsurprise.ca/apps/patterns/v2/>. Acesso em: 20 out. 2019.
- LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: O Futuro do Pensamento na Era da Informática**. São Paulo: 34, 1993.
- LILJEDAHN, P. Repeating Pattern or Number Pattern: the Distinction is Blurred. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, Framingham, v. 26, n.3, p. 24-42, 2004.
- PATTON, M. Q. **Qualitative Research & Evaluation Methods**. 3. ed. Thousand Oaks/London/New Delhi: Sage, 2002.
- POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma Abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento das Idéias Matemáticas e do Raciocínio de Estudantes. **Bolema**, Rio Claro, v. 17, n. 21, p. 1-47, mai. 2004.
- SÃO PAULO. **Currículo Paulista**. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, 2019.
- SCUCUGLIA, R. *et al.* Pensamento Computacional-Sensível de Professores de Matemática em Formação Inicial sobre *Nested Loops*. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 13, n. 32, 5 ago. 2020.
- SCHOENFELD, A. H. **Mathematical Problem Solving**. Orlando: Academic Press, 1985.
- SCHOENFELD, A. H. **How we think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications**. New York: Routledge, 2011.
- SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: uma troca de papéis? **Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 19, n. 2, p. 1-26, 2016.
- STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In: LESH, R.; KELLY, A. E. (ed.). **Research design in mathematics and science education**. Hillsdale: Erlbaum, 2000. p. 267-307.
- TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (ed.). **The Concept of Activity in Soviet Psychology**. New York: M.E. Sharpe, 1981. p. 256-278.
- WING, J. M. Computational thinking. **Communications of the ACM**, New York, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006.
- WING, J. M. Research notebook: Computational thinking – What and Why? **The Link**, Pittsburgh, p. 1-6, 2010.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, [s. l.], n. 11, p. 79-97, 2007.