

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE CRÍTICA DO LIVRO DE JOÃO GABRIEL CHAVES NO CONTEXTO DO ENSINO DA MATEMÁTICA NA SEGUNDA METADE DO SÉCULO XX NO BRASIL

DIDACTICS OF MATHEMATICS: A CRITICAL ANALYSIS OF JOÃO GABRIEL CHAVES' BOOK IN THE CONTEXT OF MATHEMATICS TEACHING IN THE SECOND HALF OF THE 20TH CENTURY IN BRAZIL

Maria Helena Monteiro Mendes Baccar¹

RESUMO

Esta pesquisa faz parte de um estudo mais amplo cujo objetivo é investigar os meios usados para formar professores de Matemática no Brasil, durante a segunda metade do século XX, de forma a qualificar esses futuros profissionais no exercício do magistério, particularmente nas técnicas metodológicas do ensino de Matemática. Para tal, foram selecionados alguns livros da Didática da Matemática desse período. A investigação aqui apresentada privilegiou a análise da obra *Didática*

¹ Professora de Matemática formada pela PUC-RJ (Licenciatura, 1989, Bacharelado, 1990), com Mestrado em Matemática (tese O Conceito de Função: Aspectos Históricos e Dificuldades Apresentadas por Alunos na Transição do Segundo para o Terceiro Grau, PUC-RJ, setembro / 1994). Doutoranda do PEMAT (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) da UFRJ (Departamento de Matemática) desde 2020. Formada também em Licenciatura em Inglês pelo TTT (Curso de Formação de Professores, IBEU, 1994). Completou, também, o curso de Espanhol no FISK (2014). Leciona Matemática desde 1988, tendo já trabalhado na PUC-RJ, CEL (Centro Educacional da Lagoa), Colégios Princesa Izabel, Benett e Sagrado Coração de Maria. É professora (desde 1992) do Colégio Pedro II. Foi coordenadora pedagógica de Matemática do Campus São Cristóvão III de 2004 a 2018. Foi coordenadora geral do Departamento de Matemática do Colégio Pedro II de 2018 (fevereiro) a 2019 (dezembro). Prestou diversos concursos públicos para o cargo de professor de Matemática, sendo aprovada em todos: Estado (1990, 2o lugar), Município (1992, 7o lugar), Pedro II (1992-1o lugar, 1994-3o lugar, 2008-2o lugar) Participou de bancas de correção e preparação de provas de concursos para admissão de alunos aos colégios CEL e Pedro II (2000, 2002, 2004, 2005, 2006, 2008, 2013, 2017 e 2019) e também correção de provas de vestibulares (CESGRANRIO- 1990, UERJ-1994, UFRJ-1996). Participou de banca de concurso público para admissão de professores (de Matemática) ao colégio Pedro II (2013 e 2019). Participou de banca de concurso público para admissão de técnicos ao colégio Pedro II (2018,2019). É co-orientadora de estagiários de Prática de Ensino na CSC III. Já participou de diversos congressos e cursos de atualização na área de Ensino de Matemática. Participa atualmente do Complexo de Formação de Professores, em conjunto com equipe da UFRJ e outros institutos federais. E-mail: mhbaccar@gmail.com

da Matemática, publicada em 1960, de João Gabriel Chaves. Como fonte, usou-se uma cópia impressa desse livro, publicado pela CADES (Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário). Este estudo faz parte da disciplina de Tópicos Especiais em História da Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, ministrada pelo professor Gert Schubring. A análise mostra que o autor apresenta uma real preocupação em capacitar os professores, tanto em termos de conhecer melhor os alunos (características da faixa etária), como também em termos de saber as possíveis técnicas e formas de se ensinar a Matemática para melhorar sua compreensão. Para o autor, é fundamental que a aprendizagem seja prazerosa e tenha significado para o aluno, para que possa ser efetiva.

Palavras chaves: Didática da Matemática. CADES. Técnica. Aprendizagem.

ABSTRACT

This research is part of a broader study whose objective is to investigate the means used to train Mathematics teachers in Brazil, during the second half of the 20th century, in order to qualify these future professionals in the exercise of teaching, particularly in methodological techniques of teaching Mathematics. To this end, some books from the Didactics of Mathematics from that period were selected. The investigation presented here focused on the analysis of the work *Didactics of Mathematics*, published in 1960, by João Gabriel Chaves. As a source, a printed copy of this book, published by CADES (Campaign for the Improvement and Dissemination of Secondary Education) was used. This study is part of the Special Topics in the History of Mathematics Education course of the Graduate Program in Mathematics Teaching at the Federal University of Rio de Janeiro, taught by Professor Gert Schubring. The analysis shows that the author has a real concern to train teachers, both in terms of getting to know the students better (characteristics of the age group), as well as in terms of knowing the possible techniques and ways of teaching Mathematics to improve their understanding. For the author, it is essential that learning be pleasurable and meaningful for the student, so that it can be effective.

Key words: Didactics of Mathematics. CADES. Technique. Learning.

INTRODUÇÃO: CONTEXTO HISTÓRICO DA OBRA

A presente pesquisa foi realizada ao longo dos estudos desenvolvidos na disciplina de Tópicos Especiais em História da Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, ministrada pelo professor Gert Schubring. O objetivo geral do trabalho é investigar os meios utilizados na formação de professores de Matemática no Brasil, no período correspondente à segunda metade do século XX, que possibilitaram a qualificação desses profissionais no exercício do magistério. Em especial, o foco da análise voltou-se para a observação de como era apresentada a metodologia do ensino de Matemática.

Dessa forma, nosso grupo se propôs a investigar livros da Didática Especial da Matemática que surgiram nesse período. Este trabalho apresenta a análise de uma das obras selecionadas: *Didática da Matemática*, de João Gabriel Chaves, publicado em 1960 pela CADES (Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário).

Sendo assim, para um melhor entendimento do trabalho, fazemos uma pequena contextualização desse movimento no cenário educacional brasileiro. Como explicam Gaertner e Baraldi (2014)

Para suprir a defasagem quanto à formação acadêmica dos professores, em 1953, no governo do presidente Getúlio Vargas (1951-1954), foi criada a Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (Cades) a partir do Decreto nº 34.638, de 14 de novembro de 1953. Esta Campanha tinha por objetivos difundir e elevar o nível do ensino secundário, ou seja, tornar a educação secundária mais ajustada aos interesses e necessidades da época, conferindo ao ensino eficácia e sentido social, bem como criar possibilidades para que os mais jovens tivessem acesso à escola secundária. Para atingir esses objetivos, promoveu cursos e estágios de especialização e aperfeiçoamento para professores, técnicos e administradores de estabelecimentos de ensino secundário; concedeu bolsas de estudo a professores secundários para realizarem cursos ou estágios de especialização e aperfeiçoamento, promovidos por entidades nacionais ou estrangeiras; criou o serviço de orientação educacional nas escolas de *ensino secundário, entre tantas outras ações.* (GAERTNER; BARALDI, 2014, p. 30)

Segundo essas autoras, além desses cursos, uma ação de fundamental importância foi a publicação de periódicos e manuais destinados à formação dos professores. Esses livros editados pela CADES voltavam-se para

[...] a formação pedagógica dos professores da escola secundária, com o objetivo de fornecer a eles novos métodos e técnicas de ensino. Muitos destes livros foram vencedores do concurso de monografias sobre a metodologia de diversas disciplinas do ensino secundário, concurso este promovido no dia 15 de outubro (Dia do Professor) de cada ano pela Cades. (GAERTNER; BARALDI, 2014,p. 32)

Justamente, o livro a ser analisado foi ganhador de um desses prêmios, como Rocha (2014) complementa

Escrito por João Gabriel Chaves a monografia intitulada **Didática da Matemática** venceu o terceiro concurso anual de monografias promovido pela Diretoria de Ensino Secundário através da CADES. Trabalho publicado posteriormente como livro em 1960.

O livro, segundo o próprio autor, apresenta notas de seu tempo de estudante, livros de sua simpatia e algo mais sobre sua experiência profissional, aspectos que o levaram a concluir que seus principais colaboradores foram os seus alunos (ROCHA, 2014, p.48).

A seguir apresentamos uma análise da obra, identificando sua estrutura, pontos principais e reflexões do autor sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. Ao final, tecemos considerações sobre as concepções didáticas, pedagógicas e curriculares contidas na obra.

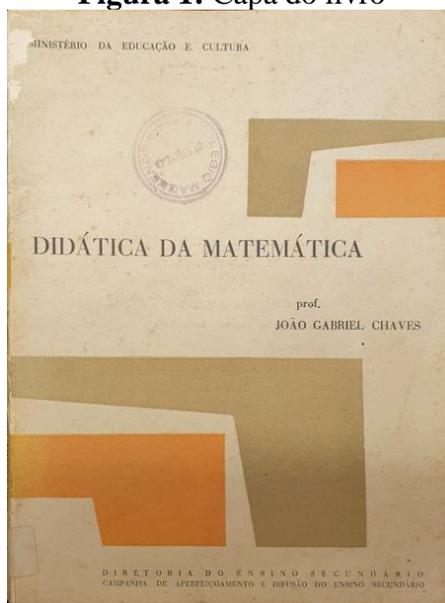
1. A Obra

O livro *Didática da Matemática*, com 107 páginas, foi escrito por João Gabriel Chaves e publicado no ano de 1960 pela Diretoria do Ensino Secundário-Ministério da Educação e Cultura - CADES (Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário). Sua impressão ocorreu na Gráfica Olímpica Editora - Rio de Janeiro.

Trata-se de livro ganhador do III Concurso Anual de Monografias, promovido pela Diretoria do Ensino Secundário através da CADES. Em seu breve prefácio, intitulado "Duas Palavras", o autor faz um agradecimento aos alunos, que considera como principais colaboradores. Desde o início do livro, já apresenta um olhar que demonstra preocupação com o retorno do aluno sobre a aprendizagem.

João Gabriel Chaves nasceu em Niterói, aos 4 de junho de 1920, filho de Francelino de Mello, militar, e Noemia Mendes Chaves. Casou-se em 19 de dezembro de 1947 com Lucia Gomes². Foi professor do então Colégio Municipal Paulo de Frontin (1958). Ao contrário de outros autores analisados no curso, a busca bibliográfica não indicou a existência de outras obras desse autor.

Figura 1: Capa do livro



Fonte: CHAVES(1960)

A proposta do livro era formar um professor preocupado com a aprendizagem efetiva do aluno, que deve estar em constante atualização e que deve motivar o aluno a aprender a Matemática.

Apresenta texto corrido, com pouquíssimas figuras e uma foto. Dividido em dez capítulos, aborda temas como a motivação na matemática, os possíveis métodos didáticos para o ensino dessa disciplina, bem como os processos de fixação e de verificação da aprendizagem. O índice, situado à página 7 do livro, apresenta a listagem dos capítulos de forma sucinta, sem subdivisões.

² O registro de nascimento e a certidão de casamento do autor foram, ambas, obtidas no site *Family Search*. Disponível em: <https://www.familysearch.org/pt/>. Acesso em: 12 mar. 2021.

Os dois primeiros capítulos, *Importância, Características e Conceitos da Matemática e A Motivação em Matemática* abordam aspectos importantes de serem desenvolvidos durante as aulas, na visão do autor. Já o terceiro capítulo, *Método Didático* aborda as possíveis metodologias a serem usadas no ensino de Matemática. Os três capítulos seguintes (*Fixação e Integração da Aprendizagem em Matemática; Definições, Axiomas e Postulados; Verificação da Aprendizagem na Matemática*) apresentam formas e técnicas de elaboração de exercícios, atividades e avaliações para as aulas.

Logo após, no sétimo capítulo, *Plano-de-Aula*, o autor elenca os principais pontos para a montagem de um roteiro prévio de uma aula de Matemática. E os três capítulos finais (*O Aluno Adolescente; A Memorização e a Aprendizagem; Evolução Metodológica do Ensino da Matemática*) enfocam aspectos psicológicos, pedagógicos e históricos que devem ser levados em conta ao se lecionar a Matemática.

A seguir, discorreremos sobre o conteúdo de cada um desses capítulos.

O prefácio do livro, intitulado *Duas Palavras*, apresenta de forma muito sucinta como o autor planejou e redigiu a obra, enfatizando sua preocupação com a exiguidade de tempo para tal. O autor também cita os estudantes como principais colaboradores da sua obra, atribuindo a esses sua experiência adquirida no magistério.

O Capítulo 1, intitulado *Importância, Características e Conceitos da Matemática*, apresenta uma justificativa sobre a necessidade de se estudar Matemática. Ao abordar a importância dessa ciência, o autor cita os valores dessa ciência: utilitário (comparável em importância à língua materna), prático circunstancial (base para o futuro), informativo e como veículo de pensamento (principal valor no estudo no curso secundário, raciocínio lógico). Já para as características da Matemática elenca: certeza, simplicidade, aplicabilidade, imutabilidade. Finaliza citando a definição de Jacob William Albert Young (1865-1948)³ sobre *O que é a Matemática?:* "Matemática é a ciência das conclusões necessárias" (YOUNG, 1920, p.22, tradução nossa).

³ Jacob William Albert Young (1865-1948) foi um importante matemático americano, discípulo de Felix Klein e professor de Pedagogia da Matemática na Universidade de Chicago. Sua bibliografia inclui o famoso livro, utilizado por João Gabriel Chaves, *The teaching of mathematics in the elementary and the secondary school*, cuja primeira edição data de 1907. Disponível em: <http://worldcat.org/identities/lccn-n84805501/>. Acesso em: 05 jul. 2021. Segundo Young, "Na matemática, dadas as premissas, as conclusões decorrem inevitavelmente; fora da matemática, a concessão de todas as premissas não necessariamente estabelece a conclusão" (YOUNG, 1920, p.22, tradução nossa).

Em continuação, o Capítulo 2, denominado *A Motivação em Matemática*, apresenta a importância da motivação na aprendizagem. Para o autor, é preciso ter motivação didática, o papel da motivação na aprendizagem é importantíssimo e considera fácil motivar na matemática. Segundo ele, existem dois tipos de motivação: a negativa (que explora vaidade e orgulho) e a positiva (que desperta o interesse de modo construtivo). Quando essa motivação vem de dentro, chama-se automotivação; caso contrário, quando vem de fora chama-se heteromotivação.

São apresentados ainda, nesse capítulo, exemplos da importância da motivação na aprendizagem, através do relato de experiências como as de Kitson⁴, de Knighte Remmers(1923)⁵, e de Hurlock⁶ ou das três atitudes (três formas do professor se portar em sala de aula: confiante na capacidade dos alunos, depreciativo dessa capacidade ou neutro). O autor cita, também, a classificação de Bender⁷ para o potencial de motivação dos alunos: alunos exuberantes (5%), esforçados (20%), hesitantes e inconstantes (40%), dependentes (30%), abúlicos e inertes (5%).

A seguir, indica quais são os fatores que levam à motivação do aluno:

- Fatores externos: a personalidade do professor, o material didático (entre eles o laboratório), as diversas atividades práticas e exercícios (contextualizados se possível!), o elogio e o reconhecimento do esforço do aluno pelo professor;

⁴ Harry Dexter Kitson (1886-1959), americano de Indiana, professor de Psicologia Aplicada da Teachers' College, Columbia University, observou durante 20 semanas o rendimento diário em quantidade e qualidade de produção de 40 tipógrafos de uma gráfica. Após esse período, propôs a esse grupo um concurso interno, com duração de 20 semanas também, para classificar os 10 melhores, com prêmio proporcional ao aumento da produção. Ao final, foi observado que o rendimento total desse grupo aumentou em 77%.

⁵Frederic Butterfield Knight (1891-1948) e Henry Hermann Remmers (1892-1969) aplicaram o mesmo teste (uma adição de números com 300 algarismos) a ser realizado em apenas meia hora em dois grupos. Um dos grupos era formado por candidatos a 10 bolsas de estudo. O outro grupo era formado por 10 alunos já bolsistas e a eles nada foi prometido. O resultado dos alunos do primeiro grupo foi significativamente superior ao segundo.

⁶Elizabeth Bergner Hurlock (1898-1988) aplicou o mesmo teste em três turmas equivalentes de 40 alunos cada. Na primeira, o professor mostrou-se confiante na capacidade dos alunos; na segunda menosprezou a capacidade dos alunos e, na terceira, manteve uma atitude neutra, sem elogiar e nem repreender. Ao comparar os resultados com um mesmo teste dado anteriormente para as três turmas, a primeira turma apresentou resultado 78% melhor, a segunda 10% melhor e a terceira apenas 3% melhor.

⁷Lauretta Bender(1897-1987) foi uma neuropsiquiatra pediátrica conhecida por desenvolver o Teste Gestáltico Visomotor. Esse teste visa avaliar a maturidade perceptomora, que consiste na capacidade de perceber e integrar estímulos externos para expressar uma ação motora, essa habilidade tem sido relacionada à linguagem, a conceitos espaciais e temporais, à capacidade de organização, ao planejamento, à atenção, à memória e à coordenação motora. É utilizado tanto no ambiente clínico quanto no escolar. É um instrumento pertinente para estudo devido à maturidade perceptomora se mostrar como preditora de possíveis dificuldades de aprendizagem. Disponível em: <https://www.ibapnet.org.br/espaco-do-conhecimento/highlights-cientificos/237/teste-de-bender-versao-de-rastreo-para-a-avaliacao-da-maturidade-perceptomotora>. Acesso em: 05 jul. 2021.

- Fatores internos: curiosidade e sede do saber; atividade, autoafirmação e competição; utilidade próxima ou remota da matéria.

Discorre também sobre técnicas específicas da motivação: correlação com o real, fracasso inicial com reabilitação, participação ativa e direta, concorrência ou competição, trabalhos socializados, objetivos reforçados, estímulos à auto superação, conferência pessoal (retorno individual ao aluno de seu desenvolvimento). Comenta, por fim, que é possível perceber sintomas de motivação nos alunos.

Já o Capítulo 3, cujo título é *Método Didático*, corresponde ao maior capítulo do livro, dividido em três partes: material didático, técnicas didáticas e procedimentos didáticos.

O material didático seriam os livros didáticos, quadro negro e giz. Já as técnicas didáticas corresponderiam ao tipo de motivação e ao trabalho em equipe. E os procedimentos didáticos seriam as sequências da atividade docente, como, por exemplo, o interrogatório e a explanação.

Percebe-se uma preocupação com o entendimento real da Matemática, sem decorebas. O autor não apresenta um método definitivo, pois, dependendo das circunstâncias, pode-se, inclusive, misturá-los. Apresenta os seguintes métodos para ensino de Matemática:

a) Método Sintético x Método Analítico

b) Método Dedutivo x Método Indutivo

Comenta que, para os alunos, é mais estimulante o processo indutivo, porque é essencial os alunos testarem hipóteses e fazerem conjecturas para chegarem a regras mais gerais, mas que há perigos da indução, e o professor deve estar atento a isso.

c) Método Socrático, que consiste em conduzir o raciocínio do aluno até conclusões desejadas através de perguntas, mas não recomenda seu uso sempre pois o aluno adquire uma atitude muito passiva diante da aprendizagem.

d) Método Heurístico, que estimula uma atitude ativa por parte do aluno. O professor leva o aluno a descobrir, ao propor o assunto e o objetivo a ser atingido. Nesse método, a aprendizagem é centrada no aluno. Para o autor, é interessante o professor trabalhar com diferentes caminhos dos alunos, pois embora demore mais, há mais eficiência na aprendizagem, fazendo o aluno se sentir motivado e autoconfiante.

e) Método de Laboratório (ou Experimental, Ativo, originário dos EUA, com atividade intuitiva por meio da experimentação e observação).

O autor afirma que esse método é um pouco criticado por recorrer a materiais concretos, realizar experimentações e viciar alunos a fugirem das abstrações, mas considera um ótimo método pois o aluno fixa resultados na mente. O aspecto negativo seria o alto custo para a montagem de um laboratório.

Mas comenta sobre a necessidade de se ter um laboratório de Matemática na escola e faz uma listagem dos materiais necessários para tal: material didático instrumental, material didático ilustrativo, material didático informativo. Cita, inclusive, livros como referencial para a montagem.

f) Método Socializado, que seria, segundo o autor, o método mais aconselhado e aceito pela didática moderna por não separar a escola da vida real do aluno, ligando as aulas às situações reais do aluno. Apresenta o aluno como pesquisador ativo e colaborador do professor.

Ao fazer um balanço sobre os diversos métodos, o autor cita Felix Klein, ao argumentar que o método dedutivo não deve ser usado de início com os alunos, mas sim os métodos indutivo e experimental. Complementa que o ensino socializado deve liberar a matemática do artificial, do abstrato, do passivo e estar mais próxima da realidade do aluno.

A seguir, o autor discorre sobre o modo de dar aula. Segundo ele, as possíveis formas utilizadas pelos professores para apresentar a matéria aos alunos seriam:

- o Modo Recitativo, "tomando a lição";
- o Modo de Preleção, em que o professor fala o tempo todo, sem discussão;
- o Modo de Aula Ditada;
- o Modo Dogmático, em que se aprendem as técnicas de resolução antes de se compreender porque funcionam;
- o Estudo Dirigido, originário dos EUA (1902), em que o professor deve orientar e gerar o hábito no aluno de estudar.

Enquanto João Gabriel desaconselha os quatro primeiros modos de dar aula, ele defende fortemente a aplicação do estudo dirigido. Apresenta, inclusive, a Técnica do Estudo Dirigido, feita

em equipes, o decálogo de Wren⁸ (dez conselhos para aplicar essa técnica) e cita os Planos de Estudo Dirigido desenvolvidos em Kalb⁹ (Illinois, EUA), Colúmbia¹⁰ (Carolina do Sul, EUA), Batávia¹¹ (Illinois, EUA) e Pueblo¹² (Colorado, EUA). Elenca as vantagens dessa técnica: ser motivadora, desenvolver o hábito do estudo, favorecer a disciplina escolar e aproximar o aluno do professor.

Figura 2: Estudo dirigido de Matemática



Fonte: CHAVES (1960, p. 49)

O Capítulo 4, intitulado *Fixação e Integração da Aprendizagem em Matemática*, apresenta as possíveis técnicas que o professor pode usar para fixar a aprendizagem, sempre, segundo o autor, após a assimilação da matéria dada. Como técnicas possíveis, apresenta:

- o Estudo Dirigido,
- a Recapitulação, que sugere ser feita sem exageros. Afirma que possui diversas funções: fixadora, diagnosticadora, complementar, educativa, imediatista, acidental. Para o autor, o

⁸Frank Lynwood Wren (1894-1976) foi professor de Matemática nascido no Tennessee e autor de diversos artigos acadêmicos e livros, entre eles, *Basic Mathematical Concepts*, para professores do primeiro segmento do Ensino Fundamental e *The Teaching of Secondary Mathematics*. Disponível em: <https://www.csun.edu/science-mathematics/mathematics/scholarships>. Acesso em: 05 jul. 2021. O decálogo de Wren pode ser encontrado em Covey (1957, p. 8-10).

⁹ Plano de Kalb ou Plano dos períodos extras: 1 hora diária para o estudo dirigido, com rodízio entre os professores.

¹⁰ Plano de Colúmbia ou Plano dos períodos divididos: metade de cada aula deve ser reservada ao estudo dirigido.

¹¹ Plano de Batávia ou Plano dos períodos dobrados: cada uma das principais matérias têm período de 2 horas (não necessariamente seguidas), reservando-se uma delas para o estudo dirigido.

¹² Plano de Pueblo: suprimir inteiramente as aulas de explanação, substituindo-as pelo estudo dirigido. O professor distribui aos alunos anteriormente seus resumos mimeografados.

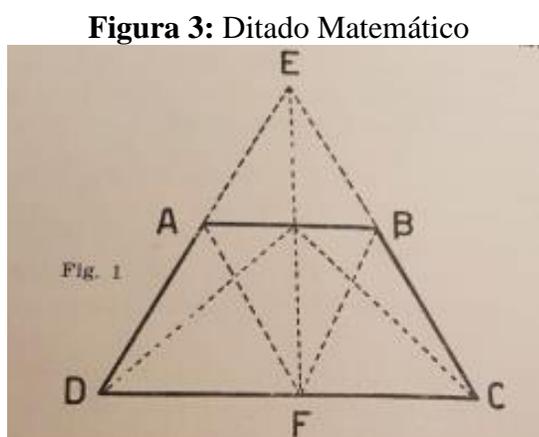
planejamento da recapitulação é essencial, devendo ser feita no início de uma unidade (revisão) ou no final da mesma (sumário), observando-se os erros comuns e na forma de resumos.

- o Exercício, que deve apresentar uma motivação inicial. João Gabriel enfatiza que o professor deve fazer com atenção uma análise prévia do exercício, antes de aplicá-lo, observando se é compatível com o nível de desenvolvimento de seus alunos. E que os exercícios devem apresentar uma gradação crescente de dificuldades, tendo um exercício como modelo (o primeiro) e com tempo marcado para realização.

- o Problema, que deve ter enunciado claro e conter situações reais para o aluno¹³, além de ser adequado à idade e ao meio social do aluno. Nesse ponto, o autor apresenta alto grau de sensibilidade e empatia com os alunos. Classifica os tipos de problemas em: escritos e individuais, orais, em equipes, sob forma recreativa.

Já na parte de técnicas de resolução de um problema, comenta que o aluno deverá ler com cuidado o enunciado, planejar mentalmente a sequência para resolver, seguir esse planejamento e verificar a resposta encontrada.

Sobre o estilo e a linguagem matemática, enfatiza a necessidade de exatidão, de uma linguagem própria e do ditado matemático, apresentando exemplos em Álgebra e Geometria (figura 3):



Fonte: CHAVES (1960, p. 64)

¹³ O autor não diferencia problema de exercício, mas enfatiza o aspecto maléfico de apresentar problemas inúteis e de difícil compreensão para os alunos.

Em seguida, o Capítulo 5, *Definições, Axiomas e Postulados*, apresenta de forma breve, as características que uma definição matemática deve ter: ser mais clara que a palavra definida, compatível, não tautológica, não oposta, não concluir círculo vicioso, breve e não redundante. Comenta, também, sobre a importância dos conceitos primitivos na Matemática, mas não aborda axiomas nem postulados, embora no título do capítulo esses termos apareçam.

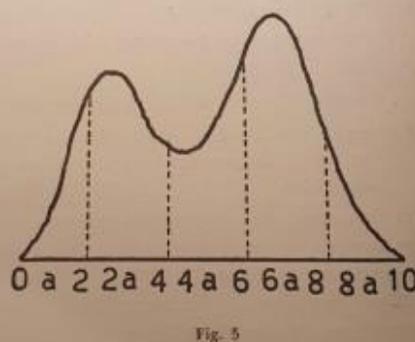
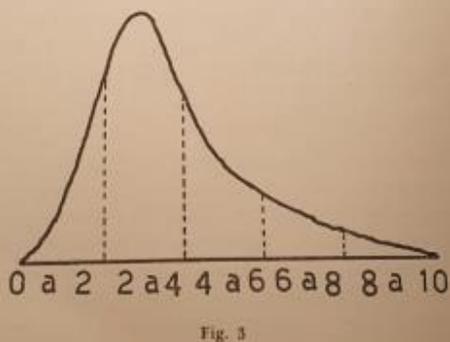
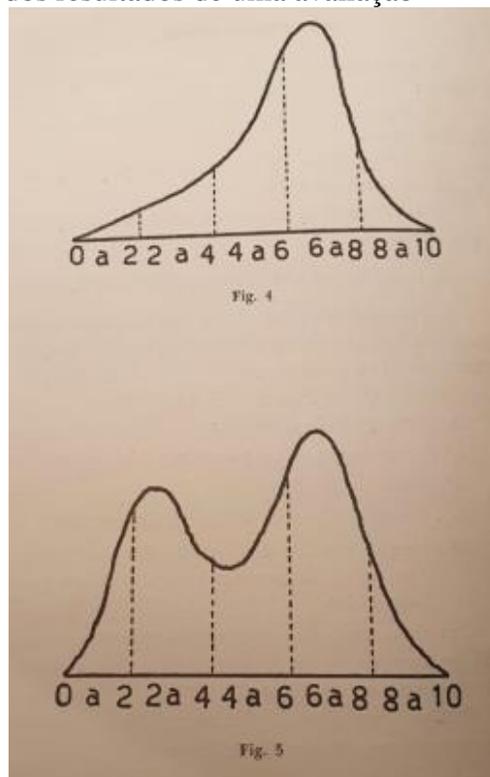
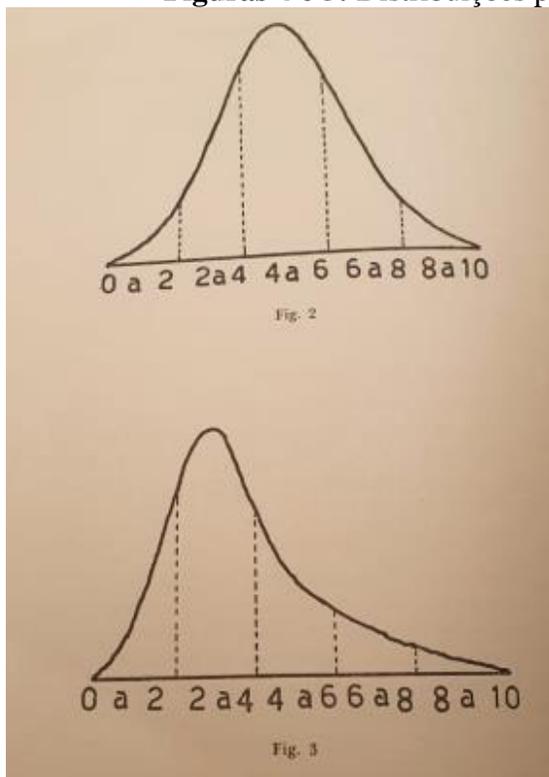
Logo após, no Capítulo 6, denominado *Verificação da Aprendizagem na Matemática*, o autor afirma ser a verificação, a fase final do ensino, uma etapa que pode ser vantajosa tanto para professor como para aluno. Discorre, também, sobre os diversos possíveis Processos de Verificação da Aprendizagem, apresentando regras para produção de todos eles:

- Testes objetivos ou de escolaridade:
 - a) Teste de Lacunas (ou Completamento)
 - b) Teste de Alternativas ("certo e errado")
 - c) Teste de Alternativas com justificção ("teste do porquê")
 - d) Teste de Múltipla Escolha
 - e) Teste de Correspondência (Acasalamento)

No caso dos testes, apresenta uma Técnica para a Elaboração e Aplicação de Testes, afirmando a necessidade de o tempo ser compatível para a realização da avaliação, de se usarem testes que mais se adaptem aos objetivos, de as questões serem apresentadas em ordem crescente de dificuldade e de se agruparem testes de mesma espécie, sem intercalar os tipos.

O autor afirma também ser essencial fazer o julgamento dos resultados do teste objetivo. Para tal, é necessário organizar uma distribuição de frequência com as notas para análise da curva. Essa distribuição pode adquirir diferentes formatos: de Gauss, enviesada à direita, enviesada à esquerda ou irregular.

Figuras 4 e 5: Distribuições possíveis dos resultados de uma avaliação



Fonte: CHAVES(1960,p.80)

Fonte: CHAVES (1960,p. 82)

Além dos testes, são apresentados outros processos de verificação da aprendizagem, tais como:

- Interrogatório, cujos tipos são: diagnosticador, preparador, motivador, reflexivo, fixador.

O autor lista também quais seriam os requisitos indispensáveis para fazer perguntas.

- Prova escrita, com questões discursivas

- Prova oral, ao final do ano, mas que apresenta aspecto negativo para o autor.

Finaliza comentando que o tipo de verificação ideal deveria ter uma parte de teste (60%) e outra parte com as outras formas (40%).

A seguir, no Capítulo 7, intitulado *Plano de Aula*, o autor pontua ser absolutamente necessário, mesmo para os professores com mais experiência, a elaboração de um plano de aula. E cita as partes que esse plano deve conter: tema (conteúdo a ser abordado), objetivos, motivação/revisão, dados essenciais da matéria, material didático, verificação da aprendizagem, tarefa para o lar. Sinaliza que o plano de aula apenas orienta o professor, podendo ocorrer mudanças dependendo do curso da aula. E apresenta um modelo.

Os três últimos capítulos do livro são bastante sucintos. O Capítulo 8, denominado *O Aluno Adolescente*, apresenta as características da adolescência (13 a 19 anos) na aprendizagem da Matemática:

- Poder de abstração e raciocínio aparentemente reduzidos,
- Imediatismo de interesse,
- Atenção involuntária, que gera a necessidade de motivar esses alunos,
- Aspiração à liberdade e autoafirmação,
- Aversão à passividade,
- Superficialidade,
- Sensibilidade ao ridículo, que o autor argumenta ser mais notório nas mulheres.

No Capítulo 9, *A Memorização e a Aprendizagem*, o autor apenas lista os tipos de memória (imediate, passageira e duradoura) e afirma que o professor deve tentar desenvolver no aluno a duradoura.

Finalizando, no Capítulo 10, *Evolução Metodológica do Ensino da Matemática*, João Gabriel faz um pequeno apanhado histórico desse evolução e comenta a reforma proposta por Felix Klein, citando três postulados. Enfatiza que é preferível ensinar menos matéria, mas de modo atraente, a completar o programa, sem prender o interesse dos alunos.

2. BIBLIOGRAFIA UTILIZADA NA OBRA

Ao longo do livro, o autor faz referências a diversos matemáticos, educadores e pensadores em geral. Algumas dessas referências já foram aqui apresentadas anteriormente. Mas, de maneira geral, essas referências não são feitas de forma rigorosa, com citações de obras, nem tão pouco

aparecem obrigatoriamente nas referências ao final do livro. Ao contrário, ao final da obra existe uma bibliografia extra com autores brasileiros e estrangeiros, como uma sugestão para leitura complementar.

A quantidade de autores citados, tanto nas referências ao longo do livro, como na bibliografia final, é grande e abarca diferentes nacionalidades, além da brasileira. Por isso, e por entender-se que o trabalho apresentado por João Gabriel sofreu forte influência de muitas dessas referências, optou-se pela apresentação das mesmas no formato de tabela. Para indicar em qual parte do livro o respectivo autor era citado, utilizamos a seguinte codificação:

- (*) autor citado apenas no corpo do livro, mas não nas referências finais;
- (**) autor citado apenas nas referências finais do livro, mas não no corpo do livro;
- (***) autor citado tanto no corpo do livro como nas referências finais.

Na tabela 1 são apresentados os autores estrangeiros e, na tabela 2, os autores brasileiros citados.

Tabela 1: Autores estrangeiros

Nome	Nacionalidade e	Aspectos relevantes/obras citadas
(*) Félix Christian Klein ¹⁴ (1849-1925)	alemão	matemático
(**) Felix Auerbach (1856-1933)	alemão	físico "O medo da Matemática"
(*) Alfred Lawrence Hall-Quest (1879-1971) ¹⁵	americano	educador "Supervised Study". New York: The Macmillan Company, 1922.

¹⁴ Félix Christian Klein (1849-1925) ficou conhecido por seu trabalho em teoria de grupos, análise complexa, geometria não euclidiana e nas conexões entre geometria e teoria de grupos. Seu Programa de Erlangen de 1872, classificando geometrias por seus grupos de simetria subjacentes, foi uma síntese de grande influência de grande parte da matemática da época. Por volta de 1900, Klein começou a se interessar pelo ensino de matemática nas escolas. Em 1905, ele desempenhou um papel decisivo na formulação de um plano recomendando que a geometria analítica, os rudimentos do cálculo diferencial e integral e o conceito de função fossem ensinados nas escolas secundárias. Essa recomendação foi implementada gradualmente em muitos países ao redor do mundo. Disponível em: <https://www.mathunion.org/icmi/awards/felix-klein-award>. Acesso em: 05 jul. 2021.

¹⁵ Lecionou nas universidades de Virgínia, Cincinnati e Pittsburgh, um dos pioneiros na teoria educacional do estudo dirigido, por ele chamada de "supervised study".

(*) Frank Lynwood Wren (1894-1976)	americano	professor de Matemática
(*) F. S. Breed ¹⁶	americano	educador
(***) Jacob William Albert Young (1865-1948)	americano	matemático "The teaching of Mathematics" (1907)
(*) Thomas M. Risk	americano	"Principles and Practices of Teaching in Secondary Schools" New York: American Book Company, 1941.
(*) Emanuel S. Cabrera e Héctor J. Medici ¹⁷	argentinos	professores de matemática, obras em conjunto
(*) Manuel Sadosky (1914-2005) ¹⁸	argentino	matemático
(*) Francisco Ferrer Guardia ¹⁹	catalão	pedagogo
(*) Isidore Auguste Marie François Xavier Comte	francês	filósofo Doutrina do Positivismo
(*) Melvin William	inglês	educador, Technique of Teaching, Green and Co. 1930. London
(**) Alfredo Miguel Aguayo Sánchez (1866-1948) ²⁰	porto-riquenho	educador e escritor

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

¹⁶ Professor da Universidade de Chicago, um dos pioneiros na teoria educacional do estudo dirigido.

¹⁷ Autores em conjunto de diversos livros didáticos para a educação básica na Argentina, no período entre 1927 e 1977. Defensores do estudo dirigido. Disponível em: <http://catalogosuba.sisbi.uba.ar/vufind/Author/Home?author=Cabrera%2C+Emanuel+S.&type=Author&page=5>. Acesso em 05 jul. 2021.

¹⁸ Professor da Universidad de Buenos Aires (UBA), autor de diversas obras, entre elas, Métodos Matemáticos, 1ª edição, Libreria del Colegio, Buenos Aires, 1948. Disponível em: <http://www.fundacionsadosky.org.ar/biografia-dr-manuel-sadosky/>. Acesso em 05 jul. 2021.

¹⁹ Pensador anarquista catalão, pedagogo, criador da Escola Moderna, um projeto prático de pedagogia libertária.

²⁰ Estudou e viveu em Cuba, e foi professor na Universidade de Havana. Seus ensinamentos e trabalhos escritos moldaram várias gerações de cubanos. Autor de "Didática de la escuela nueva" e "Pedagogia Científica".

Tabela 2: Autores brasileiros

Nome	Aspectos relevantes/obras citadas
(**) Ceres Marques de Moraes ²¹	professora de Matemática
(**) Irene da Silva Mello Carvalho ²²	educadora/pedagoga
(*) José Ferraz dos Campos ²³	professor de Matemática
(***) Júlio César de Mello e Souza (1895-1974) ²⁴	professor de matemática, educador, conferencista, matemático e escritor do modernismo brasileiro
(***) L. P. M. Maia ²⁵	físico "Mecânica Teórica", 1958
(**) Luiz Alves de Mattos ²⁶	educador

²¹ Professora de Matemática da educação básica (Liceu Nilo Peçanha) e ensino superior (atual Departamento de Matemática da Universidade Federal Fluminense), participou do programa CADES. Obras em conjunto com Mello e Souza et al. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000011917.pdf>. Acesso em: 05 jul. 2021.

²² Diretora do departamento de ensino da Fundação Getúlio Vargas, atuante no âmbito privado do sistema de ensino nacional, aprofundou-se em estudos acerca do Plano Morrison de Ensino por Unidades. Disponível em: <https://sistemabu.udesc.br/pergamumweb/vinculos/00003c/00003c46.pdf>. Acesso em: 05 jul. 2021.

²³ Inspetor geral do ensino de São Paulo, autor do livro "Cálculo dos principiantes" (1928) e do artigo "Das frações dobrando e rasgando papel" (CAMPOS, 1932), publicado na revista Educação em 1932 (REIS, 2017).

²⁴ Mais conhecido como Malba Tahan (pseudônimo). Através de seus romances infanto-juvenis, foi um dos maiores divulgadores da matemática do Brasil. Escreveu ao longo de sua vida cerca de 120 livros (sendo 69 de contos e 51 de matemática recreativa, didática da matemática, história da matemática e ficção infanto-juvenil), tendo publicado com seu nome verdadeiro ou sob pseudônimo. Também escreveu alguns livros de Matemática com colegas do Colégio Pedro II, como Cecil Thiré e Euclides Roxo e Irene Albuquerque. Eles participaram do movimento de modernização do ensino da matemática no Brasil, que visava, entre outros pontos, associar a matemática com diversão, lazer, prazer, criatividade e alegria. Foi responsável, durante muitos anos, pela Revista Al-Karism de recreações matemáticas. Disponível em: <https://www.malbatahan.com.br/>. Acesso em: 05 jul. 2021.

²⁵ Livre-Docente em Mecânica Clássica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, autor de diversos livros de Física para a educação básica e ensino superior.

²⁶ Catedrático de Filosofia, História da Educação e diretor da Faculdade de Educação da antiga Universidade do Distrito Federal - catedrático de Didática Geral e Especial e diretor do Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil, atual Universidade Federal do Rio de Janeiro.

	"Sumário de Didática Geral" (1957), "Os objetivos e o planejamento do ensino" (1957)
(***) Manoel Jairo Bezerra (1920-2010) ²⁷	professor de Matemática

Fonte: Elaborado pela autora (2021)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por tratar-se de um livro voltado para o então Ensino Secundário, o foco é a Didática da Matemática, o que para a época, numa visão tecnicista da Educação, significava quais eram os melhores métodos e técnicas para uma aprendizagem mais eficaz da Matemática por parte dos alunos. Ao longo do livro, o autor discorre principalmente sobre os métodos e as técnicas existentes para fixação e avaliação da aprendizagem.

Embora em alguns momentos o autor utilize os termos "Escola Ativa Direta", "Escola Secundária Renovada" e "Didática Moderna", não há, ao longo de todo o livro, menção a leis e currículos especificamente. Entretanto, ao citar algumas vezes o termo *Didática Moderna* (Jan Amos Comenius, século XVII), reflete uma preocupação com a construção do conhecimento através de experiências significativas para o estudante, respeitando-se o processo de aprendizagem de cada um. Pata tal, o autor enfatiza a necessidade de capacitar os professores, tanto em termos de conhecer melhor os alunos (características da faixa etária), como também em termos de saber as técnicas e formas de se ensinar a Matemática para poder decidir o que será melhor para a aprendizagem. Durante toda a leitura do livro, é nítida essa preocupação, ao se endereçar ao professor, mas sempre lembrando a necessidade da aprendizagem ser prazerosa e efetiva. E também pontuando a importância da motivação na aprendizagem e da necessidade de o ensino ser

²⁷ Graduou-se em Matemática pela Faculdade Nacional de Filosofia (1941-1993), foi docente em diversos colégios em terras cariocas, tais como: Instituto de Educação da Guanabara; Pedro II; Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia, entre outros espaços. (DOMINGUES; FRANÇA, 2020). Produziu 53 livros e artigos científicos para o Ensino Primário, Secundário e formação de professores. Foi um dos pioneiros da Matemática à Distância, conseguindo lidar com adversidades e elevar o ensino brasileiro a um novo patamar, antes desconhecido: a Educação a Distância, associada à Televisão (MACIEL, 2012).

organizado de forma adequada à faixa etária a que se dispõe. Para que o aluno possa ser participante efetivo na sua aprendizagem.

Dessa forma, a percepção do autor sobre uma aprendizagem efetiva envolve não apenas os conhecimentos matemáticos, mas também conhecimentos pedagógicos e de psicologia por parte do professor. Embora não haja menção explícita a uma relação entre matemática, pedagogia e psicologia, o autor demonstra preocupação tanto com a necessidade de os alunos estarem motivados para a aprendizagem, fazendo diversas citações a respeito, como com a também necessidade de o ensino ser organizado de forma adequada à faixa etária a que se dispõe. O que demonstra um olhar sobre aspectos psicológicos da aprendizagem.

Ao mesmo tempo, seu olhar não se fixa unicamente em características matemáticas da aprendizagem, mas na conexão delas com o universo da sala de aula, portanto também apresentando um olhar sobre aspectos pedagógicos. Cita diversas vezes, por exemplo, a necessidade de se ter cuidado no tratamento com os alunos mais tímidos. E, de certa forma, apresenta uma conexão com a psicologia ao falar sobre o aluno adolescente. Logo, o autor entende essa relação como necessária para uma melhor formação dos professores.

Ao apresentar exemplos sobre diferentes abordagens, o autor trabalha com praticamente todas as áreas da matemática vistas nos atuais Ensino Fundamental (Anos Finais) e Ensino Médio: Aritmética, Álgebra (com ênfase), Geometria (muitas vezes aliada ao Desenho Geométrico), Análise (ao falar de funções), Grandezas e Medidas, Trigonometria e Geometria Analítica (inclusive Cônicas). Embora o texto seja em linguagem formal e endereçado ao professor, apresenta sempre um tom de orientar o futuro professor para aprimorar a sua prática.

Por fim, entendemos que o autor apresenta já noções da educação matemática como disciplina científica pois demonstra uma real preocupação com a aprendizagem do aluno, particularmente voltada para colocá-lo como participante efetivo na sua aprendizagem. Além disso, compartilha bibliografia pertinente ao tema, mas com o foco possível existente na época: como ensinar da melhor maneira determinados temas, as técnicas possíveis, metodologias... Mas nota-se o entendimento que a Matemática deve fazer sentido para o aluno, a partir das suas próprias construções mentais. E, ao falar dos métodos e técnicas, menciona práticas do passado como não

satisfatórias, sugerindo novas, indicando mudança nas concepções didáticas e, de certa forma, pedagógicas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAMPOS, J. F. Das Frações Dobrando e Rasgando Papel. In: BRASIL. *Educação*. Orgão da Directoria Geral do Ensino de São Paulo, São Paulo. v. 6, n. 1, 2, 3. p. 63-73, jan./fev./mar.1932. Disponível

em:<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/116720/Das%20Fra%C3%A7%C3%B5es%20dobrando%20e%20rasgando%20papel%2C%201932%2C%20SP.PDF?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 05 jul. 2021.

CHAVES, J. G. *Didática da Matemática*. Rio de Janeiro: CADES, 1960.

COVEY, K. D. *The Use of Directed Study as an Aid in Improving Mathematics Instruction in the Secondary Schools*. 1957. 37 f. Dissertação (Mestrado em Ciência) – Graduate School of Oklahoma State University, Oklahoma State University, Edmond, Oklahoma, 1957. Disponível em: <https://shareok.org/bitstream/handle/11244/31967/Thesis-1960R-C873u.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 05 jul. 2021.

DOMINGUES, J. M. FRANÇA, D. M. A. Didática Especial da Matemática: em busca dos saberes da profissão docente. *Revista de História da Educação Matemática*, v. 6, n. 2, p. 170-184, 2020. Disponível em: <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/321/267>. Acesso em: 05 jul. 2021.

GAERTNER, R.; BARALDI, I. M. Formação de professores (de Matemática): textos e contextos de uma campanha. *Revista Dynamis*, v. 20, n. 1, p.28–38, 2014. Disponível em: <https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/5121/3084>. Acesso em: 05 jul. 2021.

KNIGHT, F. B.; REMMERS, H. H. Fluctuations in Mental Production When Motivation is the Main Variable. *Journal of Applied Psychology*, v. 7, n. 3, p. 209–223, 1923. Disponível em: <https://doi.org/10.1037/h0075075>. Acesso em: 05 jul. 2021.

MACIEL, L. S. K. R. Manoel Jairo Bezerra: Depoimentos em Vida. *Zetetiké*, v. 20, n. 37, p.115-133, jan./jun. 2012. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646639/13541>. Acesso em: 05 jul. 2021.

REIS, K. C. O. *As Revistas Educação (1931-1932), Revista de Educação (1933-1944) e Educação (1945-1961) como Fóruns de Discussões sobre Didática*. 2017. 147 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2017. Disponível em: https://www.marilia.unesp.br/Home/Pos-Graduacao/Educacao/Dissertacoes/reis_kco_me.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

ROCHA, D. S. *Formação de Professores de Matemática na Bahia (1953-1971): Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário*. 2014. 97 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2014. Disponível em: https://ppgefhc.ufba.br/sites/ppgefhc.ufba.br/files/daniela_da_silva_rocha_-_dissertacao_-_formacao_de_professores_de_matematica_na_bahia_1953-1971_campanha_de_aperfeicoamento_e_difusao_do_ensino_secundario.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

YOUNG, J. W. A. *The teaching of mathematics in the elementary and the secondary school*. New York: Longmans, Green and Co. 1920. Disponível em: https://ia802608.us.archive.org/4/items/teachingofmathem00younr/teachingofmathem00younr_ich_bw.pdf. Acesso em 05 jul. 2021.