

TIPOS DE CONHECIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA. UM ESTUDO DA LEGISLAÇÃO E DE MANUAIS ESCOLARES

TYPES OF MATHEMATICS TEACHER'S PROFESSIONAL KNOWLEDGE. A STUDY OF LEGISLATION AND TEXTBOOKS

José Manuel Matos

Alexandra Rodrigues

Resumo

O conhecimento profissional do professor assume-se dentro da aula, mas é explícito em documentos curriculares e manuais escolares que orientam a ação profissional do docente em contexto de prática. Este texto estuda os programas e alguns manuais escolares do ensino primário e do ensino secundário entre 1835 e 1974, aplicando o modelo de Ball, Thames e Phelps (2008) por forma a perceber qual o conhecimento profissional dos professores que ensinam matemática no ensino primário e secundário neste período. Conclui-se que para elaborar programas ou manuais para o ensino da matemática, os autores não aplicam apenas o conhecimento comum do conteúdo (CCK) mas necessitam de dominar o conhecimento especializado do conteúdo (SCK) e o conhecimento do conteúdo e do seu ensino (KCT), o que está patente nos documentos curriculares produzidos, no período em estudo.

Palavras chave: Conhecimento Profissional Docente; História da Educação Matemática, Ensino Primário, Ensino Secundário.

Abstract

Teacher's professional knowledge is assumed within the classroom, but it is explicit in curriculum documents and school manuals that guide the teacher's professional action in the context of practice. This text studies the programs and some textbooks for primary and secondary education between 1835 and 1974, applying the model of Ball, Thames and Phelps (2008) in order to understand the professional knowledge of teachers who teach mathematics in primary education and secondary education during this period. It is concluded that to

develop programs or manuals for the teaching of mathematics, authors do not only apply common content knowledge (CCK) but need to master content specialized knowledge (SCK) and content knowledge and its teaching (KCT), which is evident in the curriculum documents produced during the period under study.

Keywords; Teachers' Professional Knowledge; History of Mathematics Education, Primary Education, Secondary Education.

Introdução

É consensual que para ensinar matemática é necessário saber matemática, mas que não é a quantidade de matemática que o professor sabe que influencia a aprendizagem. Aspectos como valores, crenças, competências, conhecimento pedagógico e profissional influenciam o ensino e a aprendizagem da Matemática. Centrado nos fatores do conhecimento do professor que influenciam a aprendizagem dos alunos, em meados de 1986, Shulman apresenta um referencial organizando em três domínios o conhecimento que um professor mobiliza para o ensino: i) conhecimento do conteúdo (subject matter content knowledge); ii) conhecimento pedagógico do conteúdo (pedagogical content knowledge) e iii) conhecimento curricular (curricular knowledge). Posteriormente, Shulman (1987) reformulou o seu modelo apresentando sete categorias que, segundo o próprio, seriam a base do conhecimento do professor para promover a compreensão dos alunos: i) conhecimento dos conteúdos, ii) conhecimento pedagógico geral, iii) conhecimento curricular, iv) conhecimento pedagógico do conteúdo, v) conhecimento dos alunos e das suas características, vi) conhecimento dos contextos educativos, e vii) conhecimento dos fins educacionais.

Tendo por base os trabalhos de Shulman, Ball, Thames e Phelps (2008) agrupam no que denominam *conhecimento matemático para ensinar (mathematical knowledge for teaching, MKT)* o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo adaptado ao ensino da matemática. O modelo está dividido em duas áreas: o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo. Dentro de cada uma destas áreas foram identificados dois domínios, que passaremos em seguida a explicitar.

Na área relativa ao *conhecimento do conteúdo*, o primeiro domínio, que os autores designam por *conhecimento comum do conteúdo (common content knowledge, CCK)*, refere-se ao conhecimento e competências matemáticas que para além de serem usadas em contexto de ensino, também são usados noutros contextos. É o conhecimento que permite reconhecer se as respostas dos alunos estão ou não corretas, se as definições, notações e termos utilizados nos

manuais são corretos Este tipo de conhecimento, é um conhecimento do conteúdo não específico para ensinar e que é mobilizado noutros contextos que não o ensino (BALL; THAMES; PHELPS; 2008). O segundo domínio refere-se ao *conhecimento especializado do conteúdo* (*specialized content knowledge, SCK*). Este é um conhecimento matemático específico para ensinar que incluiu as tarefas matemáticas de ensino que normalmente são executadas pelos professores para apresentar ideias matemáticas, responder a perguntas dos alunos ou encontrar exemplos para um aspeto matemático específico. Permite relacionar diferentes tópicos de ensino com o que já foi ensinado, ou preparar os alunos para o que ainda será ensinado no futuro. É o conhecimento que permite explicar os objetivos da disciplina aos pais, avaliar e adaptar os conteúdos matemáticos dos manuais, adaptar as tarefas a propor de acordo com o grau de dificuldade pretendido de acordo com os alunos, avaliar a plausibilidade do que é pedido pelos alunos, dar e avaliar explicações matemáticas, escolher e desenvolver definições, usar notação e linguagem matemática e criticar o seu uso, fazer questões matematicamente produtivas, entre outras. O ensinar matemática envolve um conhecimento matemático que vai para além daquele que se tem de ensinar aos alunos (BALL; THAMES; PHELPS; 2008). Encontra-se uma terceira categoria na área do modelo reservada ao conhecimento do conteúdo, o *horizonte do conhecimento do conteúdo* (*horizon content knowledge*) que permite a tomada de consciência de como os tópicos matemáticos estão relacionados ao longo da extensão da matemática incluída no currículo e que nas escolas portuguesas se denomina articulação vertical.

Na área relativa ao *conhecimento pedagógico do conteúdo*, o terceiro domínio sugerido por Ball, Thames e Phelps (2008) é o *conhecimento do conteúdo e dos alunos* (*knowledge of content and students, KCS*). Este é o tipo de conhecimento que relaciona o conhecimento dos alunos e o saber matemático, uma vez que permite conhecer as concepções e os equívocos mais comuns dos alunos sobre um determinado conteúdo matemático. Ao escolher um exemplo, os professores precisam prever o que os alunos acharão interessante e motivador. Os professores devem conseguir antecipar o que os alunos irão pensar e o que acharão confuso ou, quando escolhem um exemplo, deverão conseguir prever o que alunos acharão interessante e motivante. Ao atribuir uma tarefa, os professores precisam prever o que os alunos provavelmente farão com ela e se a acharão fácil ou difícil. Os professores também devem ser capazes de ouvir e interpretar o pensamento emergente e incompleto dos alunos, expresso nas formas como os alunos usam a linguagem. Cada uma dessas tarefas requer uma interação entre a compreensão matemática específica e a familiaridade com os alunos e seu pensamento

matemático. O quarto e último domínio refere-se ao *conhecimento do conteúdo e do seu ensino* (*knowledge of content and teaching, KCT*), como um conhecimento que combina o saber matemático com o saber para ensinar matemática. Os professores organizam os conteúdos de uma forma particular para o ensino. A escolha dos exemplos para introduzir um tópico é distinta da escolha dos exemplos para o seu aprofundamento. Os professores avaliam as vantagens e desvantagens educativas das representações usadas para ensinar uma ideia específica e identificam quais métodos e procedimentos diferentes oferecem para o ensino. Cada uma dessas tarefas requer uma interação entre a compreensão matemática específica e uma compreensão de questões pedagógicas que afetam a aprendizagem do aluno. Encontra-se uma terceira categoria na área do modelo reservada ao conhecimento pedagógico do conteúdo, o *conhecimento do conteúdo e do currículo* que permite a transposição entre o conhecimento do conteúdo e a percepção de como este é apresentado no currículo.

Ball, Thames e Phelps (2008) diferenciam o *conhecimento comum do conteúdo*, o *conhecimento especializado do conteúdo* e o *conhecimento do conteúdo e dos alunos*, exemplificando que o reconhecimento de um erro numa resposta de um aluno, será conhecimento comum do conteúdo, identificar a natureza do erro, principalmente um erro pouco familiar, envolve o conhecimento especializado do conteúdo, mas a familiaridade com os erros mais comuns e a decisão de quais, de entre um conjunto de erros, haverá maior probabilidade de os alunos fazerem, já são exemplos do conhecimento do conteúdo e dos alunos. Um exemplo do *conhecimento do conteúdo e do ensino* é o conhecimento de diferentes modelos de ensino.

Neste texto, propomo-nos analisar a distribuição de três áreas do modelo — o conhecimento do conteúdo, o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e do seu ensino — em programas e manuais dos ensinos primário e secundário português entre 1832 e 1974. Trata-se necessariamente de um estudo preliminar, pois este enquadramento teórico raramente tem sido aplicado a estudos históricos.

Optámos, pois, por recorrer a um paradigma contemporâneo para estudar o passado. Esta opção é partilhada por todos os estudos históricos sobre os problemas relacionados com o ensino e a aprendizagem da matemática que utilizam modelos e conceitos atuais, por exemplo, trabalhos sobre o conhecimento, os saberes, ou a profissionalidade docente, entre outros, cujos conceitos de base (terminologia, processos, articulações, etc.) foram formulados por investigadores contemporâneos. Em última análise, mesmo os trabalhos que recorrem ao paradigma da própria história cultural, a heumenética da profundidade, ou a outros “grandes

modelos”, estão a aplicar conceitos que seriam anacrónicos nas épocas estudadas. Esta dificuldade não paralisou nenhum historiador e a forma de lidar com ela é através de uma consciência aguda do “lugar” (CERTEAU, 1982) de onde falamos e do uso de metodologias apropriadas (XXXX, 2020; VALENTE; 2007)

Escolhemos, em primeiro lugar normativos legais que, segundo os trabalhos de diversos autores publicados no estudo histórico curricular editado por XXXX (2014), podemos considerar relevantes. Em segundo lugar, procurámos aprofundar esta análise recorrendo à sua concretização em manuais. O nosso estudo vai pois incidir sobre *saberes objetivados* (BARBIER, 1996). Não seria possível num trabalho com esta dimensão estudar exaustivamente todos os livros de texto, pelo que nos limitámos a escolher uma pequena amostra que exemplificasse os diferentes tipos de conhecimento em distintos tópicos matemáticos. Para a caracterização dos domínios do referencial de Ball, Thames e Phelps (2008), recorreremos ao instrumento de caracterização do conhecimento profissional do professor usado por Candeias (2021).

As mudanças no contexto político, social e económico que ocorreram em Portugal ao longo dos séculos XIX e XX originaram, naturalmente, alterações no sistema educativo, tendo repercussões ao nível dos programas de matemática e da edição de manuais escolares em diferentes níveis subsistemas de ensino. Neste texto iremos analisar o conhecimento comum do conteúdo (CCK), o conhecimento especializado do conteúdo (SCK) e o conhecimento do conteúdo e do seu ensino (KCT) nos programas do ensino primário e secundário entre 1835 e 1974. Recorreremos ao trabalho de síntese editado por XXXX (2014), aprofundando-o com recurso a fontes primárias, tais como a legislação e manuais escolares das diferentes épocas.

O conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo nos programas do ensino primário

Desde o século XIX que no sistema educativo português existiram subsistemas ligados ao ensino primário, desde o ensino primário elementar, obrigatório, até ao ensino primário complementar e superior (para além do ensino obrigatório), onde por vezes se pretendeu dar uma formação mais profissional para alunos que pretendiam ingressar no mundo do trabalho ao invés de seguirem um percurso académico até à Universidade (ALMEIDA; CANDEIAS; 2014; XXXXX; 2019). No quadro temporal em estudo, Almeida e Candeias (2014) distinguem quatro grandes períodos para o ensino primário.

O primeiro (1835-1882) inicia-se com a intervenção liberal no ensino primário de 1835 que determina uma diferenciação deste nível em dois graus sequenciais, um associado à escolaridade obrigatória e outro propondo alguma formação profissionalizante (ALMEIDA; CANDEIAS; 2014).

No que diz respeito aos conteúdos de matemática, o primeiro grau da Reforma de 1844 (*Diário do Governo*, 28/9/1884) compreende um currículo básico centrado no contar. O segundo grau inclui e amplia os temas do primeiro e introduz o Desenho Linear a Aritmética e Geometria com aplicação à indústria (art.º 1.º).

Encontramos no Regulamento para o ensino primário, de 1850, indicações detalhadas sobre a sequência a seguir no ensino da aritmética, que destacamos na tabela que se segue o quadro 1. Na primeira coluna estão os conteúdos a ensinar e na segunda encontramos algumas indicações didáticas para o ensino da aritmética.

Quadro 1. Conhecimento do conteúdo nos programas da reforma de 1844.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK	Conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT
A instrução pública divide-se em dois graus. O primeiro compreende: Ler, escrever e contar. (...)	“Quando os meninos se acharem suficientemente versados na leitura, e escrita, o Professor os ensinará a escrever os algarismos, fazendo-lhes aprender o artifício da numeração. Passará em seguida a instruí-los e exercitá-los praticamente nas operações ordinárias — de somar — diminuir — multiplicar — e repartir — primeiro os números inteiros; depois os quebrados; conduzindo-os até à regra de três, e sua aplicação à regra de juros compostos e companhia.”
O segundo compreende, além dos objetos do 1.º grau: (...)	
Desenho linear (...)	
Aritmética e Geometria com aplicação à Indústria	

Fonte: Análise da reforma publicada no *Diário do Governo* de 28/9/1844.

Mais tarde, já num contexto de desenvolvimento económico, o *fontismo* da década de 1860 (TORGAL; ROQUE; 1993), o preâmbulo do decreto com a falhada reforma educacional de António da Costa, promulgada e revogada em 1870 (*Diário do Governo*, 31/8/1870 e 28/12/1870, respetivamente), contém estatísticas que comparavam os sistemas de ensino de países europeus e dos Estados Unidos. Nele, o Ministro expõe o considerável atraso do investimento social e económico português na educação e, num bem estruturado texto, propõe uma reforma “radical” (*Diário do Governo*, 31/8/1870, p. 458-468) para o ensino primário, que tem, apesar da sua curta vida, o mérito de explicitar uma visão inovadora e desassomburada para o sistema de ensino português (XXXXX; 2019). Este documento discrimina um pouco mais os tópicos matemáticos que serão objeto de estudo no ensino primário elementar que analisamos no quadro 2. Porém nele não encontramos quaisquer indicações metodológicas para o ensino da Matemática.

Quadro 2. Conhecimento do conteúdo nos programas da reforma de 1870.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK

O ensino do 1.º grau para o sexo masculino compreende:
 (...)

Educação intelectual
 (...)

Operações aritméticas sobre números inteiros e decimais.
 Sistema legal sobre pesos e medidas.
 (...)

Desenho linear

Fonte: Análise do programa publicado no *Diário do Governo* de 31/8/1870.

O segundo período (1882-1911), referido por Almeida e Candeias (2014) é caracterizado pela influência da corrente da Escola Nova que se faz sentir a partir da reforma de 1882 (*Diário do Governo*, 8/4/1882). Esta corrente coloca o centro do ensino na criança e nos processos de aprendizagem intuitivos e ligados ao real e ao concreto. Os programas da instrução primária publicados são muito detalhados e incluem algumas indicações metodológicas. Manifesta-se claramente a influência da Escola Nova com uma valorização das abordagens intuitivas e práticas. O ensino da Aritmética encontra-se dividido em duas secções, i) Exercícios práticos e intuitivos e ii) Exercícios teóricos e de aplicação, onde são valorizadas diferentes abordagens, como exemplificamos no quadro 3:

Quadro 3. Conhecimento do conteúdo nos programas da reforma de 1882.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK	Conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT	Conhecimento especializado do conteúdo, SCK
Programa de aritmética e sistema métrico: (...) Aritmética (...) Sistema métrico decimal (Reforma, 1882, p. 42)	<p>Exercícios práticos e intuitivos Aritmética – Conhecimento dos algarismos e valor que lhes compete. Leitura e escrita de números inteiros e decimais. Cálculo mental sobre as quatro operações. Resolução mental de problemas simples. Prática das quatro operações. Questões fáceis que prática e rapidamente devam ser resolvidas, quer sobre inteiros, quer sobre decimais. (...)</p> <p>Exercícios teóricos e de aplicação Aritmética – Quantidade, unidade, número e suas espécies. Numeração: Regras aplicáveis à numeração falhada e escrita de números decimais. Definições de – adição, subtração, multiplicação e divisão. Nomes por que são conhecidos os diferentes números que entram em qualquer das quatro operações, e aqueles que resultam depois de ultimada a operação. (Reforma, 1882, p. 42-43)</p>	<p>Exercícios práticos e intuitivos (...) Aplicação das provas, real e dos nove às quatro operações. (Reforma, 1882, p. 42)</p>

Fonte: Análise do programa publicado no *Diário do Governo* de 8/4/1882.

Em dezembro de 1901, são inseridas importantes alterações estruturais no ensino primário. Os primeiros programas após esta reforma datam de 1902 (*Diário do Governo*, 20/10/1902) com conteúdos de aritmética lecionados nas três classes do 1.º grau, e o sistema métrico nas 2.ª e 3.ª classes (ALMEIDA; CANDEIAS; 2014). Alguns conteúdos de geometria são ensinados

na disciplina de Desenho, que estava presente nas três classes (ALMEIDA; CANDEIAS; 2014). Como era habitual na época, nestes programas são essencialmente enunciados os conteúdos a lecionar.

A República, proclamada em 1910, traz consigo o desejo de reformar a mentalidade portuguesa por diferentes vias, entre as quais a da instrução e educação (CARVALHO, 2008) e inicia o terceiro período (1911-1927) dos sistematizados por Almeida e Candeias (2014). A ideologia republicana influencia significativamente este período, destacando-se uma grande valorização do ensino primário, propondo-se o reforço de uma formação profissionalizante através do Ensino Primário Superior (XXXX; 2019). O esforço dos governantes centrava-se na resolução dos problemas do sistema de ensino: as altas taxas de analfabetismo, o insuficiente número de escolas primárias e a deficiente preparação pedagógica dos seus professores, associada ao seu baixo rendimento pecuniário (CARVALHO, 2008). A visão dos reformadores republicanos está bem presente na sua primeira peça legislativa importante para o ensino primário:

A República libertou a criança portuguesa, subtraindo-a à influência jesuíta, mas precisa agora de a emancipar definitivamente de todos os falsos dogmas, sejam de moral ou os da ciência, para que o seu espírito floresça na autonomia regradas, que é a força das civilizações.

A máxima que, neste momento, mais do que nunca, deve presidir à educação infantil cifra-se nestas palavras: desenvolvimento do carácter, pelo exercício permanente da vontade. (*Diário do Governo*, 30/3/1911, p. 1341-42).

A primeira reforma educativa republicana foi publicada em 1911 e incidiu sobre a instrução primária. Este texto legislativo separa o ensino primário em três níveis: elementar, complementar e superior. O ensino primário elementar só poderia ser iniciado quando a criança tivesse sete anos de idade, teria a duração de três anos, e incluía o ensino dos produtos mais comuns da natureza, empregos na agricultura e indústria e nos trabalhos manuais e agrícolas, conforme os sexos e as regiões (*Diário do Governo*, 30/3/1911). Os programas do ensino primário publicado neste ano incluem no ensino primário elementar os temas de matemática: Operações fundamentais da aritmética, Noções de sistema métrico decimal, Geometria prática elementar e Desenho e modelação. No ensino primário complementar, destinado a crianças com idade superior a dez anos, inclui os seguintes conteúdos matemáticos: Noções elementares de aritmética, geometria e rudimentos de Ciências Físico-químicas e Histórico-naturais, especialmente aplicadas à Indústria e à Agricultura e Desenho e Modelação. O quadro 4 distingue dois tipos de conhecimento do conteúdo desta reforma.

Quadro 4. Conhecimento do conteúdo nos programas da reforma de 1911.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK	Conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT
Constituem objeto do ensino primário elementar: (...) 2.º Operações fundamentais de aritmética, noções de sistema métrico decimal; Geometria prática elementar; Notícia dos produtos mais comuns da natureza, empregados essencialmente na agricultura e indústria; (...) 3.º Desenho e modelação (...) (Reforma, 1911, art.º 9.º)	Todo o ensino primário deve ser essencialmente prático, utilitário e quanto possível intuitivo. (...) Tanto no ensino elementar como no complementar, deve dispensar-se o mais possível o livro, como texto de lições, especialmente para o estudo da aritmética, sistema métrico, geometria, desenho, ciências naturais, agricultura e moral. (Reforma, 1911, art.º 12.º; art.º 14.º)

Fonte: Análise do programa publicado no *Diário do Governo* de 30/3/1911.

O quarto período, que decorre entre 1927 e 1974, inicia-se com o golpe de estado de 28 de maio de 1926, e abrange todo regime ditatorial do Estado Novo, durante o qual se assiste a um pesado controle ideológico do regime sobre as escolas e os professores primários, acompanhado da diminuição da escolaridade obrigatória, acabando com coeducação de alunos do sexo feminino e masculino na mesma sala. O novo regime vai impor sucessivas simplificações dos conteúdos em todos os níveis de ensino (ALMEIDA; CANDEIAS; 2014; CARVALHO; 2008).

Merecedora de apreciação é a maneira como passou a ser discutido o caso do analfabetismo nacional logo após o 28 de maio. A velha questão, mais uma vez equacionada, enquadrar-se-ia num ponto de vista meramente elitista. Na ótica dos defensores de um Estado autoritário mantidos por grupos privilegiados, tornava-se legítimo perguntar antes de se admitir qualquer solução para o problema do analfabetismo, se, realmente interessaria extingui-lo, ou se não seria possível manter o povo na ignorância pois dela decorrem a sua docilidade, a sua modéstia, a sua paciência, a sua resignação. (CARVALHO, 2008, p. 726).

Em maio de 1927 são introduzidas algumas alterações ao funcionamento do ensino primário. Este passa a dividir-se em três categorias: infantil (4 a 7 anos), primário elementar (7 a 11 anos) e primário complementar (11 a 13 anos). Apenas o ensino primário elementar, com a duração de quatro anos é obrigatório, mantendo-se o regime de separação de sexos (*Diário do Governo*, 17/5/1927 e *Diário do Governo*, 17/6/1927). Esta alteração reduz o ensino obrigatório de 5 para 4 anos que estava em vigor desde 1919.

No ensino primário os programas são reduzidos e determinam que no ensino primário elementar sejam lecionados os conteúdos de Desenho, Geometria e Trabalhos Manuais e Aritmética e Sistema Métrico e no ensino primário complementar Matemática e noções de escrituração comercial comum (*Diário do Governo*, 12/10/1927). Estes programas são

aprofundados através de Instruções Pedagógicas publicadas no mesmo ano, (*Diário do Governo*, 21/10/1927). No quadro 5 iremos apenas analisar o programa da 3.^a classe.

Quadro 5. Conhecimento do conteúdo nos programas da reforma de 1927.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK	Conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT	Conhecimento especializado do conteúdo, SCK
<p>Aritmética e sistema métrico: (...) Os números inteiros: máximo divisor comum e menor múltiplo comum de números decompostos em fatores primos. (...) Razões e proporções geométricas. Regra de três simples. Números complexos usuais: definições e operações. Unidades de volume e de capacidade mais vulgares. Conhecimento das balanças: decimal, centesimal e romana. (DG 225, 12/10/1927, p. 1971)</p>	<p>Aritmética e sistema métrico: Revisões (...) Frações ordinárias e decimais: execução correta e pronta das quatro operações. (...) Exercícios e problemas. (DG 225, 12/10/1927, p. 1971)</p> <p>Deverá dar-se grande valor à disposição gráfica da resolução dos exercícios e problemas, destacando-se com a máxima precisão a resposta ou solução, que os alunos não devem confundir com os cálculos escritos ou mentais realizados para a obter. Apelar-se há sempre para a inteligência do aluno, embora sem prejuízo do necessário desenvolvimento da sua memória. Condenam-se em absoluto quaisquer processos mnemotécnicos da resolução de problemas. (DG 233, 21/10/1927, p. 233)</p>	<p>Aritmética e sistema métrico: (...) Emprego de letras para substituir números: uso de fórmulas muito simples. (...) Utilização corrente do livro de aritmética. (DG 225, 12/10/1927, p. 1971)</p> <p>Quociente completo de dois inteiros: mostrar que uma fração, tal como o número misto, pode sempre considerar-se como quociente de dois inteiros, podendo indicar-se a divisão, tanto separando dividendo do divisor com o sinal próprio, como escrevendo o primeiro com numerador e o segundo como denominador da fração que representará o quociente completo. Como se completa o quociente no caso do dividendo não ser divisível pelo divisor. (DG 233, 21/10/1927, p. 233)</p>

Fonte: Análise do programa publicado no *Diário do Governo* de 12/10/1927.

No compêndio de *Aritmética Prática*, de autoria de Ulysses Machado, para o ensino primário, que em 1939 teria publicada a 18.^a edição, podemos encontrar exemplo do conhecimento do conteúdo, de acordo com o modelo de Ball, Thames e Phelps (2008). Machado (1939) introduz no capítulo II o tópico *Medidas de Comprimento* optando por iniciar com a definição de *metro* (conhecimento comum do conteúdo – CCK), porém relacionou esta aprendizagem com os conhecimentos prévios dos alunos, referindo-se ao *Quadro dos pesos e medidas* (conhecimento especializado do conteúdo – SCK), como podemos verificar na figura seguinte.

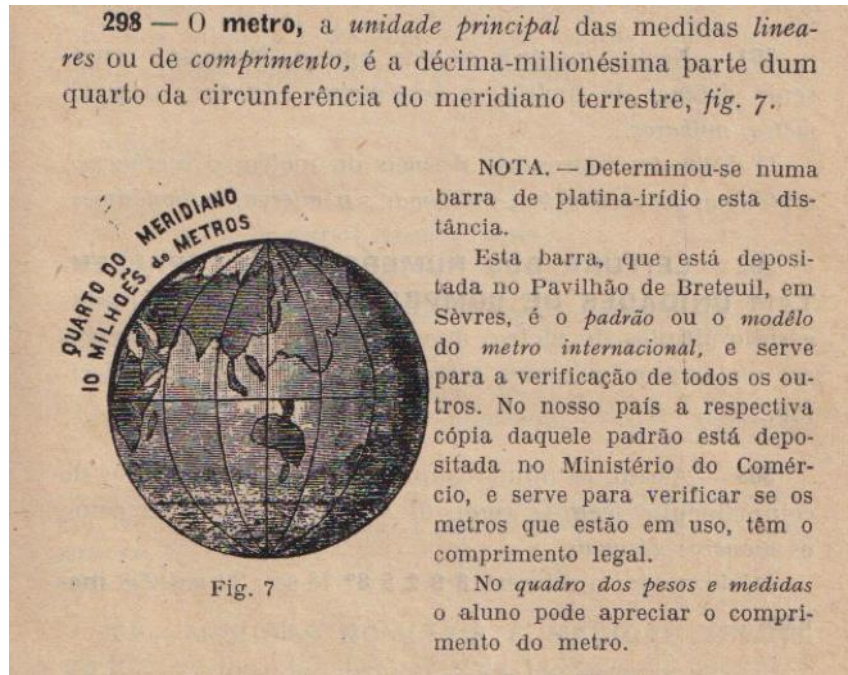


Figura 1. Definição da unidade de comprimento *Metro* (MACHADO, 1939, p. 153).

Neste capítulo o autor continua a evidenciar conhecimento especializado do conteúdo (SCK) ao relacionar o metro com diferentes formas previamente conhecidas pelos alunos, como se pode verificar quando este é relacionado com a régua usada pelo aluno ou com o metro articulado usado por carpinteiros, referindo exemplos de aplicações no contexto real (MACHADO, 1939).

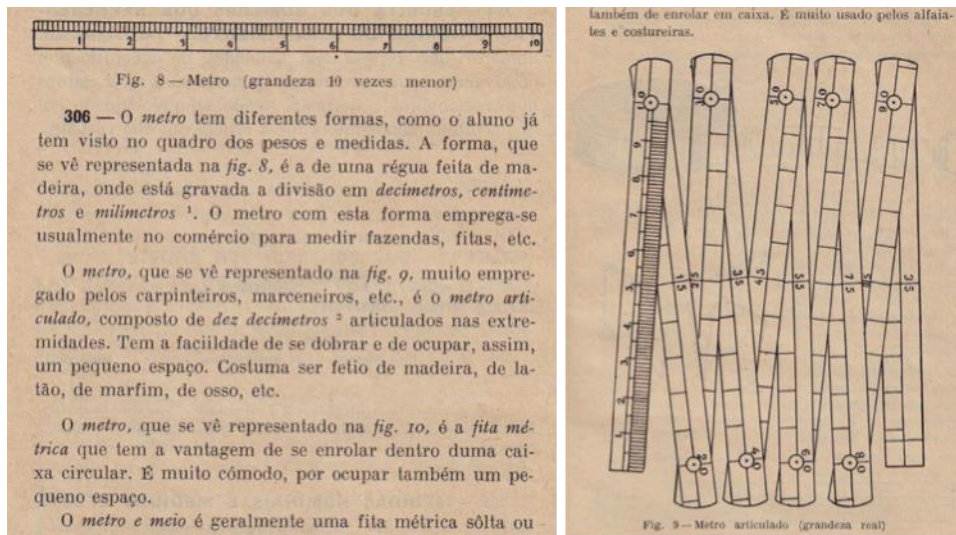


Figura 2. Formas e aplicações do *Metro* (MACHADO, 1939, p. 156-157).

O conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo nos programas do ensino secundário

Tal como foi feito para o ensino primário, ir-nos-emos focar em 5 períodos de grande importância e alterações no ensino liceal, definidos por Aires e Santiago (2014): a criação dos liceus, a consolidação dos liceus, os liceus durante o Estado Novo, a matemática nos liceus pós-guerra e a matemática moderna.

Num contexto político atribulado de final da guerra civil que levou à queda do miguelismo em 1834 e à derrota final do projeto de monarquia absoluta, durante a regência de D. Pedro, pai da rainha D. Maria II, é adotada uma constituição baseada na de 1822, com algumas contribuições da de 1826. É neste contexto que surge uma figura política de relevo, Manoel da Silva Passos, mais conhecido por Passos Manuel. A este se deve um conjunto de providências destinadas a impulsionar o ensino em Portugal neste contexto de pós-guerra, sendo a reforma da instrução secundária aquela a que ele ficou mais fortemente vinculado (CARVALHO, 2008).

A reforma Passos Manuel, que propõe a criação de um Liceu em todas as capitais de distrito destinado a alunos já com o ensino primário (*Diário do Governo*, 17/11/1836), marca o início do primeiro período (1836-1895). O seu currículo compreende 10 disciplinas que pretendem reforçar a literacia científica dos alunos, sendo a quinta designada por *Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria e Desenho*. Em detrimento de uma formação centrada no Latim e na Retórica, temas que dominavam as Aulas pombalinas pós ensino primário desde 1759. Em 1844 por Costa Cabral é promulgada uma nova reforma geral do ensino nos liceus, mantendo-se Aritmética e Geometria com aplicações às Artes, e primeiras noções de Álgebra, no currículo deixando de incluir a Trigonometria (*Diário do Governo*, 220, 28/9/1844). Em ambas é apenas elencado o nome das disciplinas a lecionar no ensino secundário, não sendo publicado o programa das mesmas.

Desde o início da chamada Regeneração (1851) até 1869, por três vezes se procedeu a alterações no regulamento dos Liceus, com variantes justificadas pelas particularidades ideológicas das facções que iam ocupando rotativamente o poder. Cada uma dessas três alterações tem assinatura diferente, e resultam da opinião polémica de o ensino liceal dever dar, ou não maior peso às disciplinas de carácter humanístico ou às de carácter científico. (CARVALHO, 2008, p. 594).

Fontes Pereira de Melo é a figura política liderante do período que se inicia com a década de 1860, que passou a ser conhecido por *fontismo* (TORGAL; ROQUE; 1993). Este período foi

marcado por ações de fomento de obras públicas e por uma tentativa de modernização das infraestruturas do país. Logo em 1860 é assinado por Fontes Pereira de Melo um novo Regulamento para os Liceus Nacionais (*Diário do Governo*, 12/6/1860). Os liceus passam a estar divididos em liceus de primeira classe (os de Lisboa, Coimbra, Porto, Braga e Évora) e de segunda (todos os outros).

Só em 1870 surgem os primeiros programas de matemática para os liceus (AIRES; SANTIAGO; 2014). No quadro 6 analisamos, para o curso de matemática elementar, um extrato dos programas ordenados pela Junta Consultiva de Instrução Pública, mandados observar nos liceus nacionais e publicados em sucessivos números do *Diário do Governo* (1871), onde conseguimos encontrar exemplos do conhecimento do conteúdo (CCK) e do seu ensino do conteúdo (KCT).

Quadro 6. Conhecimento do conteúdo nos programas de 1871.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK	Conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT
Equações do 2.º grau Duplo valor da raiz quadrada. Quantidades imaginárias. Quadrado e raiz quadrada dos monómios e polinómios. Operações sobre os radicais do 2.º grau. Resolução da equação do 2.º grau a uma incógnita. (...)	Resolução da equação do 2.º grau a uma incógnita. Número de raízes destas equações. Discussão da equação geral $x^2 + px + q = 0$ Composição da equação $x^2 + px + q = 0$. (...)
Propriedades do trinómio do 2.º grau. Resolução das equações irracionais que podem reduzir-se a equações do 1.º ou do 2.º grau. Transformação das expressões da forma $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ (...)	Problemas dependentes de equações de 2.º grau. (Programas, 1870, p. 25)
(Programas, 1870, p. 25)	

Fonte: Análise do programa publicado nos *Diários do Governo* de 11 e 12/1/1871.

De acordo com Aires e Santiago (2014), dois anos mais tarde, Rodrigues Sampaio assina outra reforma dos liceus, cujos programas são publicados pela Imprensa Nacional em pequenos opúsculos por disciplina, por exemplo o Programa para o 1.º ano do curso de matemática elementar (Programa, 1872), detalha mais pormenorizadamente a matemática a ensinar.

No final do século XIX, Jaime Moniz é o autor de uma reforma bem estruturada e fundamentada que produz profundas alterações estruturais no ensino secundário e que vem consolidar a existência deste sistema de ensino (PROENÇA, 1997), marcando o início do segundo período (1895-1926). Trata-se de uma das reformas mais bem planeadas de toda a história do ensino português, o que não significa que fosse a mais adequada às carências do momento. Os programas dos liceus publicados em 1895, estão estruturados em 7 anos e são lecionados conteúdos de aritmética, geometria, álgebra, trigonometria plana e cosmografia.

No final são feitas algumas considerações em relação à importância da disciplina (*Diário do Governo*, 16/9/1895).

A matemática sucede imediatamente a linguagem falada pela extensão que abrange. Por seu mérito privativo, e por seu conteúdo especial, este ramo de conhecimento é de indeclinável necessidade e de primeira importância. Assim convém que o ensino de tão privilegiada de disciplina disponha de espaço amplíssimo e se efetue segundo sistema condigno para produzir todas as vantagens que lhe andam inerentes. *Diário do Governo*, 208, 16/9/1895, p. 2518).

No quadro 7 analisamos parte dos programas publicados para a II classe (2.º Ano), no que concerne às grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

Quadro 7. Conhecimento do conteúdo nos programas de 1895.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK	Conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT	Conhecimento especializado do conteúdo, SCK
Grandezas direta e inversamente proporcionais. (Programas, 1895, p. 2517)	Regra para conhecer se duas grandezas são proporcionais. Exercícios sobre regras de três simples e compostas pelo processo da redução à unidade. (Programas, 1895, p. 2517)	Aplicação à redução de medidas à regra de juros simples e à regra da companhia. Prática das operações abreviadas. (Programas, 1895, p. 2517)

Fonte: Análise do programa publicado no *Diário do Governo* de 16/9/1895.

Esta reforma é alterada em 1905 por Eduardo José Coelho, procurando reformular os seus aspetos mais contestados, nomeadamente a predominância das “letras”, da disciplina de Alemão e da imposição de livros únicos. Esta última reforma mantém-se em vigor até 1917 (AIRES; SANTIAGO; 2014). Até ao Estado Novo foram determinadas outras reformas, mas que, no que diz respeito a este texto, não alteraram nada de fundamental.

A mudança de regime em 1926, que vai conduzir ao Estado Novo, marca o início do terceiro período considerado (1926-1947). Durante o Estado Novo, várias reformas foram implementadas no ensino liceal. Sendo Ricardo Jorge Ministro da Instrução Pública, é promulgada uma nova reforma em outubro de 1926, cujos programas são publicados no mês seguinte. Tal como referimos para o ensino primário, a duração da escolaridade liceal também é reduzida de sete anos para seis (*Diário do Governo*, 2/10/1926). O ensino secundário volta a ter a duração de sete anos no ano seguinte, com a reforma de Alfredo Magalhães (*Diário do Governo*, 22/1/1927). Até 1939 registam-se reformas sucessivas do ensino liceal, mas até ao final da II Guerra Mundial não houve inovações pedagógicas significativas no ensino secundário português (CARVALHO, 2008).

Através da análise do *Compêndio de Aritmética Prática*, publicado em 1926, por Eduardo Andrea, destinado à 1.ª classe, podemos ter um exemplo de como o conhecimento do

conteúdo do professor nesta época era concretizado em manuais escolares. Na figura 3 observamos como o autor, para introduzir a noção de máximo divisor comum de dois ou mais números (conhecimento comum do conteúdo, CCK), apresenta um exemplo (conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT) antes de definir o conceito.

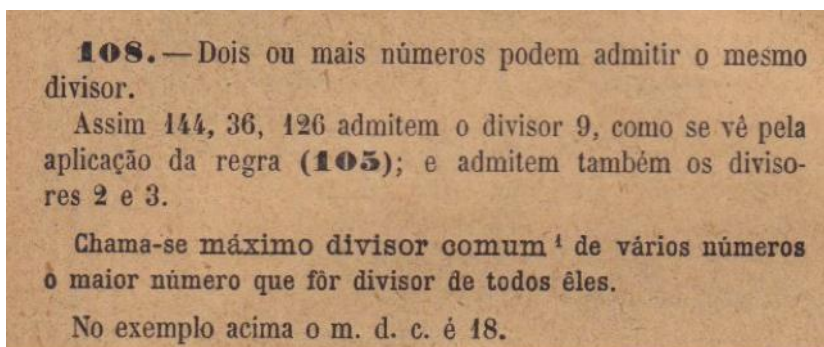


Figura 3. Definição de máximo divisor comum introduzida por um exemplo (ANDREA, 1926, p. 60).

Repare-se que a seguir (figura 4), o autor define uma regra para o cálculo do máximo divisor comum entre dois números, e apresenta um exemplo resolvido (conhecimento especializado do conteúdo, SCK).

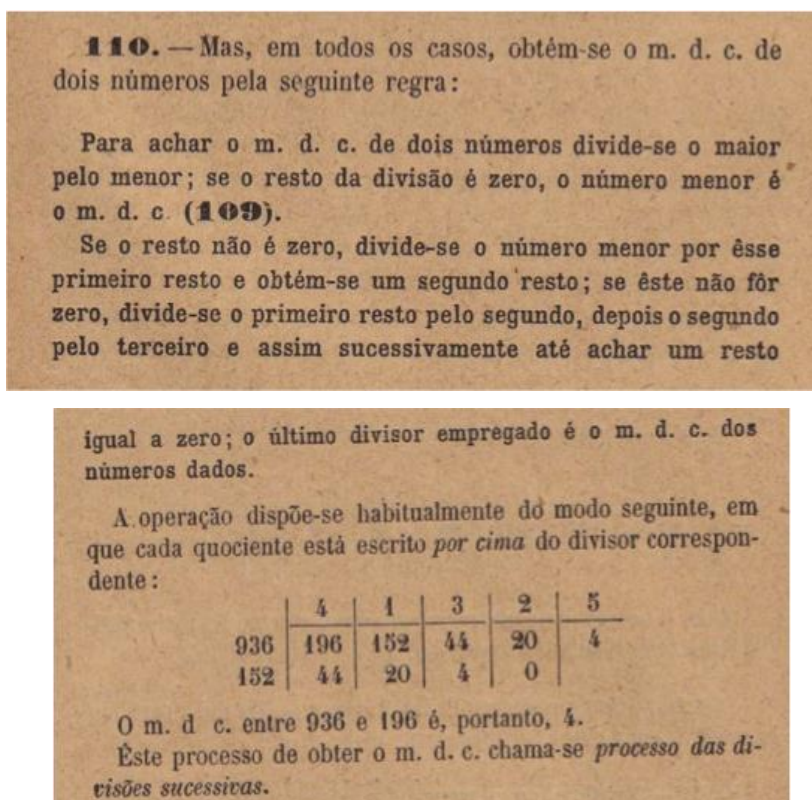


Figura 4. Regra para o cálculo do m.d.c. de entre dois números e sua aplicação (ANDREA, 1926, p. 60-61).

O período pós-guerra traz grandes mudanças no ensino liceal e vai constituir o quarto período considerado (1947-1963). Este período é dominado pela vasta reforma do ensino secundário proposta por Pires de Lima, que traz alterações ao ensino liceal, mas sobretudo ao ensino

técnico, criando um ciclo preparatório, e adiando assim o ingresso dos alunos do ensino primário em cursos profissionais (XXXX, 2015). Os programas de Matemática (*Diário do Governo*, 22/10/1948 com pequenas alterações em 7/9/1954) poucas alterações trazem aos programas em vigor para os dois primeiros ciclos de ensino liceal. No quadro 8 inserimos um exemplo retirado do programa de matemática para o 2.º ano (que englobava geometria e aritmética).

Quadro 8. Conhecimento do conteúdo nos programas de 1954.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK	Conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT
<p>Geometria</p> <p>Triângulos; relações entre os seus elementos; altura de um triângulo; igualdade triângulos; casos de semelhança triângulos.</p> <p>(...)</p> <p>Aritmética</p> <p>Proporcionalidade direta inversa; proporções geométricas propriedades fundamentais. Aplicações da proporcionalidade e regras de três simples e composta, percentagens, regras de companhia e juros simples.</p> <p>(Programas, 1954, p. 1056)</p>	<p>Notas ao programa</p> <p>Nos casos de igualdade triângulos não devem salientar os casos de igualdade dos triângulos retângulos.</p> <p>(...)</p> <p>Ao tratar de percentagens e juros, o professor mostrará algumas faturas, cadernetas de depósito, letras e cheques.</p> <p>No segundo ano o programa inicia-se pela geometria.</p> <p>(Programas, 1954, p. 1056-57)</p>

Fonte: Análise do programa publicado no *Diário do Governo* de 7/9/1954.

Como forma de alargar a nossa visão sobre conhecimento do conteúdo e do seu ensino, abordando, desta vez um livro dos níveis finais, optámos por recorrer ao *Compêndio de Trigonometria* (CALADO, 1960), livro único utilizado em todos os liceus e adotado para os dois últimos anos do ensino liceal, correspondentes aos atuais 10.º e 11.º anos. Podemos caracterizar os três tipos de conhecimento do conteúdo (CCK, KCT e SCK), usando uma proposta pedagógica de aprendizagem para as equações trigonométricas.

O capítulo XII é intitulado “Equações Trigonométricas”, mas inicia-se com um problema, evidenciando o conhecimento do conteúdo e do seu ensino (KCT), como podemos observar na figura 5:

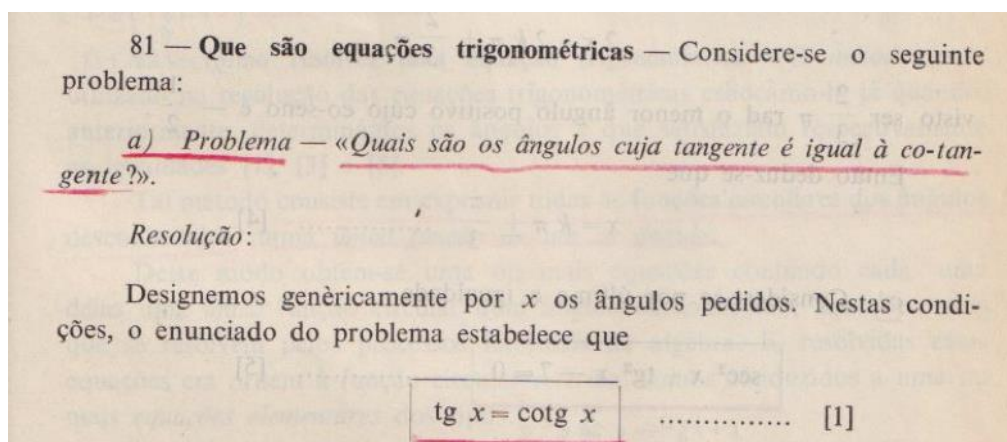


Figura 5. Exemplo de um problema para introduzir um tópico (CALADO, 1960, p. 171).

Após a resolução passo a passo do problema, o autor apresenta a definição de equação trigonométrica, ilustrando o conhecimento comum do conteúdo (CCK) (figura 6).

Definição — *Chama-se equação trigonométrica a toda a igualdade contendo funções circulares de um ou mais ângulos desconhecidos (incógnitas) e que é satisfeita apenas quando se atribuem às incógnitas valores convenientemente escolhidos (soluções).*

Figura 6. Definição de equação trigonométrica (CALADO, 1960, p. 173).

Com a apresentação de um método para a resolução de equações trigonométricas, relacionando-o com conhecimentos anteriores, o autor aplica o conhecimento especializado do conteúdo (SCK), como podemos verificar na figura 7.

82 — **Como resolver uma equação trigonométrica** — O método geral utilizado na resolução das equações trigonométricas esboçámo-lo já quando, anteriormente, determinámos os ângulos x que satisfaziam respectivamente as igualdades [1], [3] e [5].

Tal método consiste em exprimir todas as funções circulares dos ângulos desconhecidos numa única função de um só ângulo.

Deste modo obtém-se uma ou mais equações contendo cada uma delas uma *única* função circular dum ângulo “desconhecido, equações estas que se resolvem pelos processos habituais da álgebra. E, resolvidas essas equações em ordem à função circular referida, somos conduzidos a uma ou mais equações elementares dos tipos:

$$\text{sen } x = m \quad ; \quad \text{cos } x = m \quad \text{ou} \quad \text{tg } x = m$$

que já foram resolvidas no capítulo VI.

Figura 7. Método para a resolução de equações trigonométricas (CALADO, 1960, p. 173).

A introdução das Matemáticas Modernas em Portugal, que nos vai balizar o início do quinto e último período (1963-1974), era referida pelos meios de comunicação nos anos sessenta como uma “Revolução no ensino” (XXXX; 2018). Esta revolução surge na sequência de um movimento que ocorre um pouco por todo o mundo entre a segunda metade da década de 50 e a primeira metade da década de 70, com uma reforma que procurava renovar o ensino da matemática. Um dos traços marcantes desta nova matemática era uma alteração de conteúdos, centrando-os nas grandes estruturas, que, se acreditava na época, estarem na base de toda a matemática conhecida (AIRES; SANTIAGO; 2014).

Os programas de matemática da experiência continham alterações significativas. Foram introduzidos novos temas: Lógica, Teoria de Conjuntos, Álgebra, Cálculo Integral, Probabilidades, Estatística e Cálculo Numérico Aproximado. A Aritmética Racional foi suprimida do programa e todos os outros temas se mantiveram inalterados. (AIRES; SANTIAGO; 2014, p. 89).

Com Galvão Teles ao leme da pasta da educação em Portugal, em julho de 1963 é nomeada uma Comissão de Estudos para a Modernização do Ensino Liceal, presidida por Sebastião e Silva, que integrava os professores metodólogos Jaime Furtado Leote, Manuel Augusto da Silva e António Augusto Lopes, com o objetivo de realizar estudos e experiências sobre a possível atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3.º ciclo de Ciências do Ensino Liceal, atendendo às alterações aos programas de Matemática de outros países (XXXX, 2020).

Sucedeu a Galvão Teles, José Hermano Saraiva, último ministro da Instrução Pública da ditadura do Estado Novo, e é sob a sua égide que são publicados novos programas da disciplina de Matemática para os liceus com uma forte influência da Matemática Moderna (*Diário de Governo*, II.ª Série, 27/6/1973).

No quadro 9 analisamos o tema Grupóides, representativo dos conteúdos introduzidos na reforma da Matemática Moderna.

Quadro 9. Conhecimento do conteúdo nos programas de 1973.

Conhecimento comum do conteúdo, CCK	Conhecimento do conteúdo e do seu ensino, KCT
<p>Grupóides</p> <p>Conceito de grupóide, semigrupo e grupo. Isomorfismo entre grupóides. Teoremas sobre isomorfismo. Grupóides isomorfos. Função exponencial de base a ($a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).</p> <p>Função logarítmica de base a ($a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$). Cálculo</p> <p>logaritmo. A régua de cálculo. Aplicações da régua de cálculo e do cálculo do logaritmo e problemas variados. (Programas, 1973, p. 4194)</p>	<p>O estudo das estruturas de grupóide, semigrupo e de grupo deve permitir que os alunos construam uma síntese das propriedades das operações definidas dos conjuntos numéricos já conhecidos.</p> <p>O aluno deverá ficar a saber utilizar a régua de cálculo para determinar o valor das expressões em que figurem multiplicações, divisões, quadrados, cubos, raízes quadradas, raízes cúbicas e funções trigonométricas.</p> <p>A justificação teórica a exigir dirá, porém, apenas respeito à multiplicação e a divisão.</p> <p>A propósito de logaritmos, os alunos deverão ficar conhecer o problema da mudança de base. (Programas, 1973, p. 4194)</p>

Fonte: Análise do programa publicado no *Diário do Governo* II.ª Série, 27/6/1973.

Considerações finais

Procurámos aplicar o modelo sobre o conhecimento do conteúdo proposto por Ball, Thames e Phelps (2008) ao estudo do conhecimento do professor um período do ensino da Matemática compreendido entre 1835 e 1974 em Portugal.

Foi analisado como o conhecimento profissional do autor dos programas para o ensino primário ou secundário e do professor de Matemática que era autor de manuais escolares se encontra objetivado no período histórico em análise. Conclui-se que é necessário ir além do conhecimento comum do conteúdo (CCK) para a elaboração do currículo prescrito ao apresentado a professores. Encontramos evidências claras de aplicação do conhecimento

especializado do conteúdo (SCK) e do conhecimento do conteúdo e do seu ensino ((KCT) nos documentos curriculares analisados, sendo este fundamental para a produção de documentos curriculares orientadores do ensino em diferentes épocas.

Referências

Fontes primárias

Legislação consultada no Diário de Governo (<https://dre.pt/>).

Andrea, E. I. S. (1926). *Compêndio de Aritmética Prática*. Lisboa: Imprensa Nacional.

Calado, J. G. (1960). *Compêndio de Trigonometria*. Lisboa: Empresa Literária Fluminense.

Machado, U. (1939). *Aritmética Prática*. 18.^a Edição. Lisboa: J. Rodrigues e C.^a.

Fontes secundárias

AIRES, A. P.; SANTIAGO, A. Os programas de Matemática do Ensino Liceal em Portugal. In: ALMEIDA, A. J. e MATOS, J. M. (Ed.). **A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)**. Caparica: UIED e APM, 2014. p.71-91.

ALMEIDA, M. C.; CANDEIAS, R. Os programas de matemática do ensino primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário. In: ALMEIDA, A. e MATOS, J. M. (Ed.). **A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)**. Caparica: UIED e APM, 2014. p.39-68.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, p. 389-407, 2008.

BARBIER, J.-M. Introduction. In: BARBIER, J.-M. (Ed.). **Savoirs théoriques et savoirs d'action**. Paris: PUF, 2011/1996. p.1-17.

CANDEIAS, R. **A matemática na formação inicial dos professores do ensino primário (1844-1974): o ensino dos números racionais não negativos (frações e decimais)**. 2021. Tese de doutoramento. Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.

CARVALHO, R. **História do ensino em Portugal desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar-Caetano**. 2.^a. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1986/1996.

CERTEAU, M. D. **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

PROENÇA, M. C. **A Reforma Jaime Moniz**. Lisboa: Colibri, 1997.

TORGAL, L. R.; ROQUE, J. L., Eds. **História de Portugal. Quinto volume: O liberalismo (1807-1890)**. Lisboa: Círculo de Leitores. 1993.

VALENTE, Wagner. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas.
REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 2, n. 2, p. 28-42, 2007.