

LUÍS FERNANDO F. GOMES

UENP

ORCID



**RUDOLPH DOS SANTOS
GOMES PEREIRA**

UENP

ORCID



·UEMS·



Universidade Estadual
de Mato Grosso do Sul

MODELAGEM MATEMÁTICA E AS LEIS DE KIRCHHOFF

RESUMO

Neste trabalho é representada uma aplicação de álgebra linear dentro da Engenharia Elétrica, atuando na análise de funcionamento de um circuito elétrico de corrente contínua. Neste circuito, empregando-se a Lei de Ohm e as Leis de Kirchhoff foram modelados para a obtenção da relação de transferência, utilizando sistemas lineares, aplicando então, a regra de Cramer para a sua solução. Aplicou-se, também, a transformada de Laplace para circuitos elétricos do tipo RLC e assim poder indicar a necessidade de conhecimentos matemáticos para atuar como engenheiro eletricista.

Palavras-chave: Leis de Kirchhoff. Transformada de Laplace. Circuitos Elétricos.

MATHEMATICAL MODELING AND KIRCHHOFF'S LAWS

ABSTRACT

In this work, an application of linear algebra within Electrical Engineering is represented, acting in the analysis of the operation of a direct current electric circuit. In this circuit, using Ohm's Law and Kirchhoff's Laws, they were modeled to obtain the transfer ratio, using linear systems, then applying Cramer's rule for its solution. The Laplace transform was also applied to electrical circuits of the RLC type, thus being able to indicate the need for mathematical knowledge to act as an electrical engineer.

Keywords: Kirchhoff's Laws. Laplace Transform. Electric Circuits.

1. INTRODUÇÃO

Uma das grandes dificuldades dos engenheiros é a ligação dos conteúdos aprendidos durante a sua graduação com os conceitos e deduções matemáticas. Sendo assim, dentro do curso formador de engenheiros eletricitas é de grande importância que existam as disciplinas da área da matemática, que mostrem a importância da utilização de ferramentas matemáticas. As quais compõem um curso de engenharia ou especificamente a engenharia elétrica, área de foco neste artigo.

2

Dentre os tópicos aprendidos durante o curso de Engenharia Elétrica, um dos mais utilizados é o conceito de Circuito Elétrico, que pode ser definido como um circuito fechado, ou seja, que começa e termina no mesmo ponto, e é formado por elementos que se ligam, permitindo assim, a passagem de corrente elétrica.

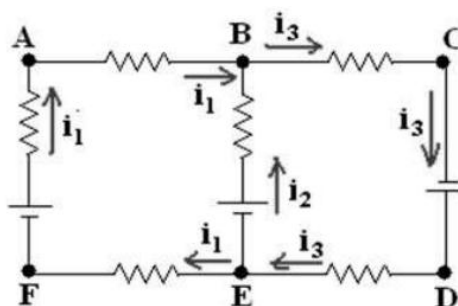
Esses elementos relatados são: uma fonte de diferença de potencial elétrico, um condutor elétrico e um elemento capaz de utilizar a energia elétrica.

Quando se fala em circuitos elétricos, durante a graduação de Engenharia, a sua análise utiliza-se fundamentalmente de métodos da Álgebra Linear que podem exigir um grande esforço computacional. As técnicas para análise mais conhecidas são: a análise das malhas e a análise modal, ambas baseadas nas leis de Kirchhoff.

As Leis de Kirchhoff foram formuladas na análise de circuitos elétricos em 1845 por Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) baseando-se no princípio de conservação da carga elétrica e no fato do potencial elétrico ter sempre o valor original após qualquer percurso em uma trajetória fechada.

Para compreendê-las melhor, é necessário definir o que são Nós e Malhas, a saber: nó é um ponto onde três (ou mais) condutores são ligados, enquanto malha é qualquer caminho condutor fechado.

Figura 1 – Circuito Elétrico



Fonte: Cunha, 2012.

Na análise de circuitos com capacitor e indutor, é necessário calcular os valores de tensão e corrente, respectivamente, para isso é necessário encontrar as suas derivadas equações que são por meio da derivada.

Outro recurso matemático essencial na solução e desenvolvimento de alguns circuitos elétricos é a Transformada de Laplace, que simplifica e facilita a análise de circuitos com armazenamento de energia (capacitivos e/ou indutivos) diante de um determinado sinal de entrada aplicado no circuito de modo que este sinal possa ser convertido matematicamente através de Laplace.

2. CIRCUITO ELÉTRICO

Um circuito elétrico é uma união feita por fios, ou placas de ligação, de elementos elétricos formando um caminho fechado para a passagem de corrente elétrica.

Segundo INPE (2012) os componentes de circuitos elétricos são: o capacitor, o indutor e a resistência, que não necessitam de fornecimento de energia para funcionarem adequadamente e por isso são chamados de passivos.

Além destes, existem outros componentes que estão associados aos circuitos elétricos, tais como transistores, diodos, amplificadores operacionais, conversores. Estes, porém, necessitam de suprimento de energia e não são lineares.

Dentro dos circuitos, as correntes elétricas estabelecem relações dinâmicas nos sistemas mecânicos, porém é mais prático representar esta dinâmica não em termos da corrente, mas sim da tensão elétrica (voltagem).

O estudo de circuitos elétricos se divide em circuitos de corrente contínua, que possuem uma ou mais fontes de tensão e/ou de corrente contínua e circuitos de corrente alternada, que geralmente são alimentados por fontes de tensão e/ou correntes periódicas. Além disso, ele baseia-se no cálculo de tensões e correntes em circuitos compostos por associações de resistores e fontes de tensão e/ou corrente contínua

Em um circuito elementar, ou seja, em um circuito elétrico na sua menor forma possível as grandezas físicas: corrente; tensão; resistência e potência elétrica são encontradas de maneira simples, apenas necessitando de aplicações de determinadas leis físicas. Entretanto em circuitos elétricos mais complexos, nos quais existem vários dispositivos elétricos é preciso a aplicação da álgebra linear para poder encontrar os valores numéricos das grandezas elétricas, isso por meio das resoluções de sistemas de equações lineares. Para

tratar de circuitos elétricos é necessário definir as principais leis físicas que regem o comportamento das grandezas físicas em um circuito elétrico, seja ele simples ou complexo, as quais são: a lei de Ohm e as leis de Kirchhoff. (SANTOS; PRIMO, 2017).

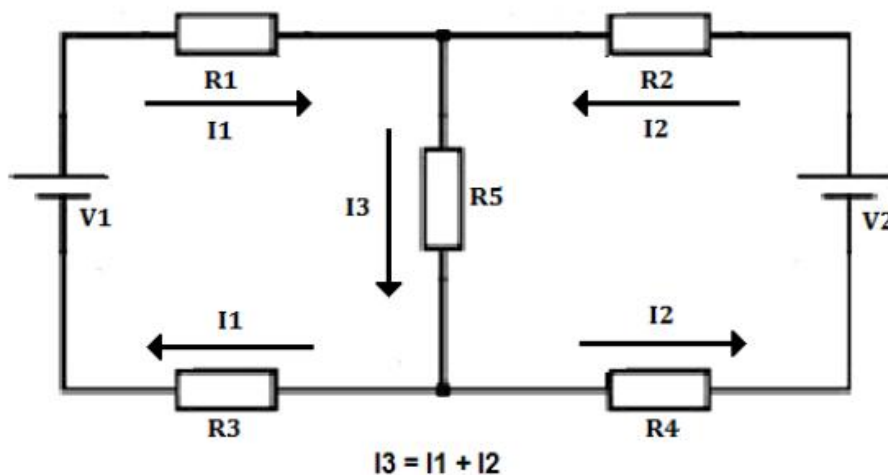
Em um circuito elementar e utilizando a 1ª Lei de Ohm, já indicada neste estudo é possível determinar a terceira grandeza, conhecendo as outras duas. Entretanto, como também, já mencionado, para circuitos mais complexos é necessário utilizar técnicas algébricas para descobrir o valor de uma grandeza.

Existem duas Leis de Kirchhoff: a 1ª lei, também conhecida como lei correntes e a 2ª lei, chamada de lei das tensões.

2.1 1ª Lei Kirchhoff

A Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC), se diz pela soma das correntes fluindo para um nó é igual a soma das correntes que saem pelo mesmo nó.

Figura 2 – Circuito representante para a forma algébrica da 1ª Lei de Kirchhoff



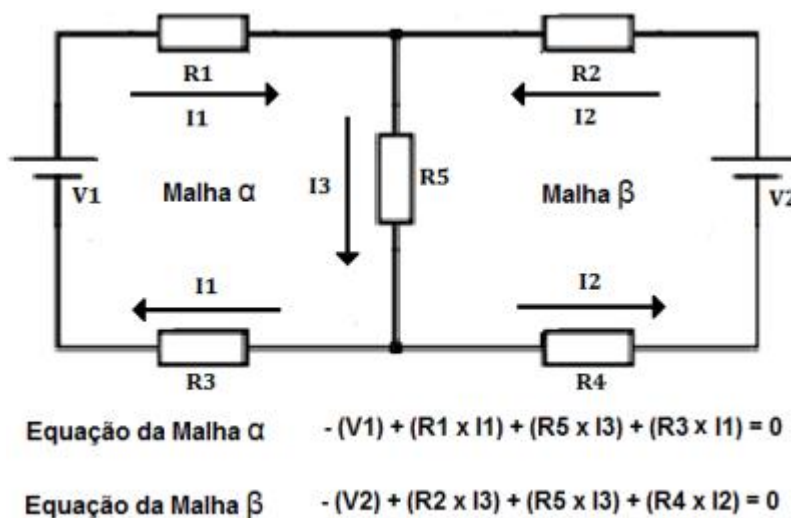
Fonte: Santos; Primo, 2017.

2.2 2ª Lei Kirchhoff

A lei de Kirchhoff para Tensão estabelece que a soma algébrica de todas as tensões ao longo de um caminho fechado (ou laço) é igual a zero (SADIKU, 2014; ALEXANDER, 2014).

Essa lei é baseada no princípio da conservação de energia em circuitos elétricos. Matematicamente, existem N tensões em um laço ou caminho fechado.

$V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = 0$ Em que N é o número de tensões em um laço.

Figura 3 – Circuito representante para a forma algébrica da 2ª Lei de Kirchhoff

Fonte: Santos; Primo, 2017.

De acordo com as leis de Kirchhoff é notório perceber que ao aplicá-las em um circuito elétrico surge um sistema de equações lineares, que pode ser resolvido por vários métodos algébricos.

Neste estudo, será utilizado a Regra de Cramer para a resolução de um sistema linear.

2.3 Função Transferência

As funções de Transferência são comumente usadas para caracterizar as relações de entrada-saída de componentes ou sistemas que podem ser descritos por equações diferenciais lineares invariantes no tempo. Ela é definida como a relação da Transformada de Laplace da saída (função resposta) para a Transformada de Laplace da entrada (função de excitação) sob a hipótese de que todas as condições iniciais são nulas. (DOMINGUES, 2007)

2.4 Sistemas Lineares

São fenômenos ou dispositivos cujo comportamento dinâmico pode ser descrito por equações diferenciais (ou recursivas) lineares.

Segundo De Souza (2010), denomina-se um sistema linear $m \times n$ o conjunto S formado por equações e n incógnitas, que pode ser indicado pela equação 3.

$$S = \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (1)$$

A solução de um sistema linear $m \times n$ é toda n -upla $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ que é solução de uma das m equações desse sistema.

E, geral, dado o sistema linear definido em (2), é possível associá-lo a uma equação matricial.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.4.1 Regra de Cramer

Esse método foi desenvolvido por Gabriel Cramer (1704 –1752), que publicou este estudo em 1750 e embora seja um método com algumas restrições para ser usado, tais como, a matriz coeficiente tem que ser quadrada com determinante não nulo), é muito utilizado e desempenha um papel importante dentro dessa teoria (Andrade, 2019).

Considerando o sistema mostrado em (1) e supondo que A seja uma matriz $m \times n$ invertível (portanto, $\det(A) \neq 0$) e $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ são elementos dos reais. A regra de Cramer apresenta a solução do sistema por:

$$x_i = \frac{\det(M_i)}{\det(A)}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Onde M_i é a matriz obtida de A pela substituição da i -ésima coluna pelo vetor coluna b .

3. Materiais e métodos

A metodologia usada na elaboração deste artigo foi, além de uma pesquisa bibliográfica, também uma pesquisa descritiva - explicativa.

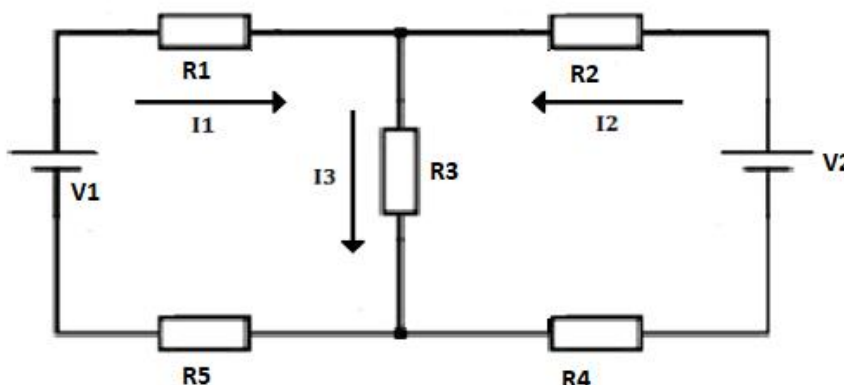
Por ser uma pesquisa bibliográfica, etapa fundamental em todo trabalho científico, houve um levantamento dos conhecimentos científicos disponíveis sobre os assuntos propostos no artigo, a fim de analisarmos as principais teorias relacionadas com os temas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Aplicação de Sistemas Lineares para circuitos elétricos

Para demonstração da álgebra linear na engenharia elétrica foi usado, neste artigo, em especificamente na análise de circuitos elétricos em corrente contínua, um circuito elétrico formado por cinco resistores, juntamente com duas fontes de tensão como mostra a Figura 7.

Figura 4 – Circuito base



Fonte: Autor.

Utilizando, portanto, os conhecimentos de resoluções de sistemas lineares, a regra de Cramer, álgebra linear, juntamente com a lei de Ohm e as leis de Kirchhoff, foi possível encontrar as três correntes elétricas, as quais foram demonstradas por meio de vetores.

O desenvolvimento matemático das equações lineares retiradas das duas malhas do circuito base, por meio das leis de Kirchhoff, até determinar as correntes I_1 , I_2 e I_3 , ou seja, a solução do sistema linear montado a partir do circuito base.

Pela 1ª Lei de Kirckhoff

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (4)$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (5)$$

Pela 2ª Lei de Kirchhoff

Considerando a malha 1:

$$-V_1 + R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_1 = 0 \quad (6)$$

$$(R_1 + R_5) \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = V_1 \quad (7)$$

Considerando a malha 2:

$$-V_2 + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_2 = 0 \quad (8)$$

$$0 \cdot I_1 + (R_2 + R_4) \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 = V_2 \quad (9)$$

Sendo assim, tem-se o seguinte sistema, composto pelas equações (5), (7), (9).

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$(R_1 + R_5) \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = V_1$$

$$0 \cdot I_1 + (R_2 + R_4) \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 = V_2$$

Esse sistema pode ser escrito em forma de equação matricial, dado por:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ R_1 + R_5 & 0 & R_3 \\ 0 & R_2 + R_4 & R_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Calculando o determinante da matriz coeficiente, têm-se:

$$\det(A) = -R_3 \cdot (R_1 + R_5) - (R_1 + R_5) \cdot (R_2 + R_4) - R_3 \cdot (R_2 + R_4) \quad (11)$$

Ao substituir a 1ª coluna da matriz coeficiente pela resposta do sistema é possível encontrar o determinante de I_1 .

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ V_1 & 0 & R_3 \\ V_2 & R_2 + R_4 & R_3 \end{pmatrix}$$

(12)

$$\det(I_1) = -R_3.V_1 - R_3.V_2 - V_1.(R_2 + R_4) \quad (13)$$

Dessa forma, é possível, estabelecer então que o valor da corrente I_1 é dado por:

$$I_1 = \frac{\det(A)=-R_3.(R_1+R_5)-(R_1+R_5).(R_2+R_4)-R_3.(R_2+R_4)}{\det(I_1)=-R_3.V_1-R_3.V_2-V_1.(R_2+R_4)} \quad (14)$$

Repetindo o processo, substituindo a coluna resposta do sistema na 2ª coluna a matriz coeficiente e calculando determinante, conclui-se que

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ R_1 + R_5 & V_1 & R_3 \\ 0 & V_2 & R_3 \end{pmatrix}$$

(15)

$$\det(I_2) = -(R_1 + R_5).V_2 \quad (16)$$

$$I_2 = \frac{\det(A)=-R_3.(R_1+R_5)-(R_1+R_5).(R_2+R_4)-R_3.(R_2+R_4)}{-(R_1+R_5).V_2} \quad (17)$$

Por fim, ao substituir a terceira coluna da matriz coeficiente pela resposta do sistema é possível obter o valor de I_3

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ R_1 + R_5 & 0 & V_1 \\ 0 & R_2 + R_4 & V_2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\det(I_3) = (R_1 + R_5).V_1 \quad (19)$$

$$I_3 = \frac{\det(A)=-R_3.(R_1+R_5)-(R_1+R_5).(R_2+R_4)-R_3.(R_2+R_4)}{-(R_1+R_5).V_1} \quad (20)$$

4.2 Aplicação de Transformada de Laplace em circuitos elétricos

Ainda, é possível considerar que se a equação abaixo for bem definida no conjunto dos números reais não negativos e convergir, então ela é chamada de Transformada de Laplace da $f(t)$:

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = F(s) \quad (21)$$

Dessa forma, $F(s)$ é a transformada de Laplace de $f(t)$ de modo que, se for aplicada a transformada de Laplace inversa em $F(s)$, seria possível encontrar $f(t)$:

$$L^{-1}\{F(s)\} = f(t) \quad (22)$$

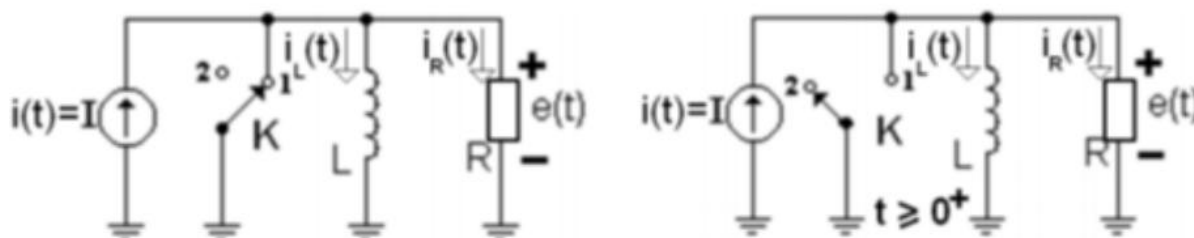
Um exemplo clássico no mundo dos circuitos elétricos, é a Transformada de Laplace de um sinal degrau, ou seja, um sinal que é nulo e passa a valer 1 a partir de um determinado instante t , onde $t=0$:

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} 1e^{-st} dt = \frac{1}{s} \quad (23)$$

Com isso, conclui-se que a Transformada de Laplace da função degrau é $1/s$, o que facilita a compreensão pois inúmeras situações de análise de circuitos elétricos começam com a aplicação de um sinal degrau.

Considerando o circuito abaixo, onde a chave K muda da posição 1 para a posição 2 no instante de tempo em que $t = 0s$.

Figura 5 – Circuito base



Fonte: Multisim, 2017.

Conforme indica Santos (2020), I é o valor da corrente, em amperes, na fonte de corrente i_L é o valor da corrente presente no indutor de valor L (em Henry); e i_R é a corrente presente no resistor de valor R .

É preciso saber, então, qual é a tensão $e(t)$ presente no resistor a partir de $t=0$. Ou seja, é preciso saber qual é a função que descreve a tensão aplicada no resistor a partir do instante em que a corrente I é aplicada no circuito.

A partir do instante em que a chave abre, $i_R(t) = I - i_L(t)$, ou seja, $i(t) = i_R(t) + i_L(t)$.

E, aplicando a transformada de Laplace, encontra-se o seguinte:

$$L[i(t)] = L[i_L(t) + i_R(t)]; \quad (24)$$

$$L[i(t)] = L[i_L(t)] + L[i_R(t)]; \quad (25)$$

$$I(s) = I_L(s) + I_R(s). \quad (26)$$

A relação constitutiva do indutor L, diz que:

$$i_L = \frac{1}{L} \int e dt \quad (27)$$

Assim, sendo:

$$i_L(s) = \frac{1}{L} \int_0^t e dt = \frac{i_L}{s} + \frac{E(s)}{sL} \quad (28)$$

Da mesma maneira, entra-se i_R :

$$i_R(s) = \frac{E(s)}{s} \quad (29)$$

Assim:

$$i(s) = \frac{i_L}{s} + \frac{E(s)}{sL} + \frac{E(s)}{s} \quad (30)$$

$$E(s) = R \cdot I \left(\frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right) \quad (31)$$

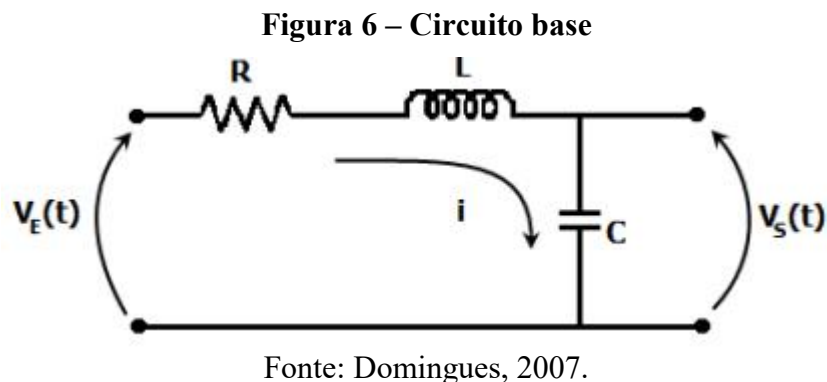
E finalmente:

$$e(t) = L^{-1} \left(R \cdot I \left(\frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right) \right) \quad (32)$$

$$e(t) = \left(R \cdot I e^{\frac{-Rt}{L}} \right) \quad (33)$$

Segue exemplos de circuitos elétricos e a sua função transferência, utilizando transformada de Laplace.

a) Circuito 1



Como todos os componentes estão em série, existe uma corrente única que passa por todo o circuito e a soma das tensões nos terminais é igual à tensão de alimentação. Aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff, têm-se que:

Na malha 1:

$$V_E(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_C(t) \quad (34)$$

$$V_E(t) = R \cdot i(t) + \frac{i}{c} \int i(t) dt + L \frac{di(t)}{dt} \quad (35)$$

Na malha 2:

$$V_S(t) = V_C(t) \quad (36)$$

$$V_S(t) = \frac{i}{c} \int i(t) dt \quad (37)$$

Aplicando Laplace em (35) e (37), obtém-se:

$$V_E(t) = R \cdot I(s) + \frac{I(s)}{c s} + L s I(s) \quad (38)$$

$$V_S(t) = \frac{I(s)}{c s} \quad (39)$$

Sabendo que unção de Transferência é a relação da transformada de Laplace da saída pela entrada quando as condições iniciais são nula, logo dividindo a eq. (39) pela eq. (41):

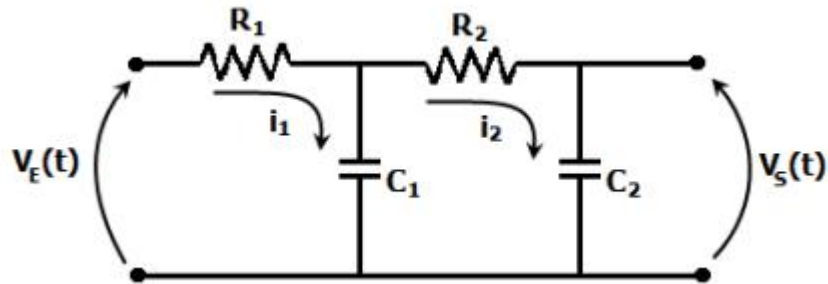
$$\frac{V_S(t)}{V_E(t)} = \frac{\frac{I(s)}{Cs}}{R.I(s) + \frac{I(s)}{Cs} + LsI(s)} = \frac{\frac{CsI(s)}{Cs}}{Cs.R.I(s) + \frac{I(s)}{Cs} + Cs.LsI(s)} \quad (40)$$

$$\frac{V_S(t)}{V_E(t)} = \frac{1}{CRs+1+CLs^2} = \frac{1}{CLs^2+CRs+1} \quad (41)$$

$$\frac{V_S(t)}{V_E(t)} = \frac{\frac{1}{CL}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{CL}} \quad (42)$$

a) Circuito B

Figura 7 – Circuito base



Fonte: Domingues, 2007

Neste circuito, é possível notar que os capacitores estão em paralelo, sendo assim:

Na malha 1:

$$V_E(t) = V_{R1}(t) + V_{C1}(t) \quad (43)$$

$$V_E(t) = R1 \cdot i1(t) + \frac{i}{C1} \int [i1(t) - i2(t)] dt \quad (44)$$

Enquanto na malha 2 é possível observar que:

$$0 = V_{C1}(t) + V_{R2}(t) + V_{C2}(t) \quad (45)$$

$$0 = \frac{i}{C1} \int [i2(t) - i1(t)] dt + R1 \cdot i1(t) + \frac{i}{C2} \int i2(t) dt \quad (46)$$

Por fim, na malha 3, nota-se:

$$V_S(t) = V_{C2}(t) \quad (47)$$

$$V_S(t) = \frac{i}{C2} \int i2(t) dt \quad (48)$$

Aplicando Laplace nas equações (44), (46) e (48):

$$V_E(S) = R1 \cdot I1(s) + \frac{I}{C1s} [I1(s) - I2(s)] \quad (49)$$

$$0 = \frac{I}{C1s} [I2(s) - I1(s)] + R2 \cdot I2(s) + \frac{1}{C2s} I2(s) \quad (50)$$

$$V_S(t) = \frac{1}{C2s} \cdot I2(s) \quad (51)$$

Da equação (50), é possível obter I1:

$$\frac{I2(s)}{C1s} - \frac{I1(s)}{C1s} + R2 \cdot I2(s) + \frac{I2(s)}{C2s} = 0 \quad (52)$$

$$\frac{I1(s)}{C1s} = \frac{I2(s)}{C1s} + R2 \cdot I2(s) + \frac{I2(s)}{C2s} \quad (53)$$

$$I1(s) = I2(s) + C1s \cdot R2 \cdot I2(s) + \frac{I2(s) \cdot C1}{C2} \quad (54)$$

Substituindo (52) em (47):

$$V_E(S) = R1 \left[I2(s) + C1 \cdot R2 \cdot I2(s) + \frac{I2(s) \cdot C1}{C2} \right] + \frac{I}{C1s} \left[\left(I2(s) + C1 \cdot R2 \cdot I2(s) + \frac{I2(s) \cdot C1}{C2} \right) - I2(s) \right]$$

$$V_E(S) = R1 \cdot I2(s) + C1 \cdot R1 \cdot R2 \cdot I2(s) + \frac{I2(s) \cdot C1 \cdot R1}{C2} + \frac{I2(s)}{C1s} + \frac{C1 \cdot R2 \cdot s \cdot I2(s)}{C1s} + \frac{I2(s) \cdot C1}{C2 \cdot C1s} - \frac{I2(s)}{C1s}$$

$$V_E(S) = I2(s) \left[R1 + C1 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s + \frac{C1 \cdot R1}{C1} + \frac{C1 \cdot R2 \cdot s}{C1 \cdot s} + \frac{C1}{C2 \cdot C1 \cdot s} \right]$$

$$V_E(S) = I2(s) \left[\frac{C2 \cdot C1 \cdot R1 \cdot s + C2 \cdot C1^2 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s^2 + C1^2 \cdot R1 \cdot s + C2 \cdot C1 \cdot R2 \cdot s + C1}{C2 \cdot C1 \cdot s} \right]$$

$$V_E(S) = I2(s) \left[\frac{C2 \cdot C1^2 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s^2 + (C2 \cdot C1 \cdot R1 + C1^2 \cdot R1 + C2 \cdot C1 \cdot R2) s + C1}{C2 \cdot C1 \cdot s} \right] \quad (55)$$

Dividindo (51) por (55), têm-se a função transferência do circuito:

$$\frac{V_S(t)}{V_E(S)} = \frac{\frac{I2(s)}{C2s}}{I2(s) \left[\frac{C2 \cdot C1^2 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s^2 + (C2 \cdot C1 \cdot R1 + C1^2 \cdot R1 + C2 \cdot C1 \cdot R2) s + C1}{C2 \cdot C1 \cdot s} \right]}$$

$$\frac{V_S(t)}{V_E(S)} = \frac{1}{C2 \cdot C1 \cdot R2 \cdot R1 \cdot s^2 + (C2 \cdot R1 + C1 \cdot R1 + C2 \cdot R2) s + 1} \quad (56)$$

5 CONCLUSÃO

Como visto neste artigo, a aplicação de conceitos matemáticos dentro da Engenharia Elétrica é imprescindível sobretudo no que tange o conceito de circuitos elétricos, que podem variar dos mais simples ao mais complexos. Entretanto, para todos os casos, existe maneiras através de modelagem matemática de equacionar o sistema linear de seus componentes.

Por tudo isso é possível relatar uma das aplicações da álgebra linear a realidade, especificamente, neste artigo, a utilização de ferramentas da álgebra linear, como principalmente as que tratam de resoluções de sistemas lineares, para a análise de circuitos elétricos. Conclui-se então que essa ferramenta matemática possibilita o estudo de circuito elétrico, de forma que o indivíduo possa saber o comportamento de determinados dispositivos elétricos nos circuitos.

Além disso, é importante ressaltar as resoluções possíveis para o caso dos circuitos RLC, sendo o método de coeficientes a determinar e a transformada de Laplace aqui explorados.

Sendo assim, é possível concluir que para ser um bom engenheiro eletricista, o mesmo tem que possuir domínio básico das operações matemáticas, afim de facilitar o entendimento e o funcionamento de um dos conteúdos principais da Engenharia Elétrica: os circuitos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Doherty. **Regra de Cramer: por que funciona?** Jornal Eletrônico do Ensino e Pesquisa de Matemática, Maringá, volume 3, número 1, p. (páginas 1 a 4), junho, 2019.

DOMINGUES, Elenilton Teodoro. **Teoria de Controle Engenharia Elétrica.** Aracaju, setembro, 2007.

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS (INPE). **Análise e Controle de Sistemas Lineares.** São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2012.

SANTOS, Vanderson Vieira Dias; PRIMO, Aislan Silva. **Aplicação da Álgebra Linear na engenharia elétrica: análise de circuitos de corrente contínua.** Periódicos Grupo Tiradentes, Aracaju, volume 4, número 1, p. (páginas 53 a 76), setembro, 2020.

SANTOS, Joyce Kelly de Jesus. **Aplicações da Matemática em Circuitos Elétricos.** Periódicos Grupo Tiradentes, Aracaju, volume 6, número 2, p. (páginas 107 a 118), setembro, 2020.

SOUZA, Joamir Rogério de Souza. **Matemática.** Volume Único. 1. Ed. São Paulo: FTD, 2010.